OFPPT

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail

DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION

VERSION EXPERIMENTALE

RESUME THEORIQUE
&
GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE 14	CONNAISSANCE DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

SECTEUR : BTP

SPECIALITE : TECHNICIEN SPECIALISE CONDUCTEUR DE TRAVAUX : TRAVAUX PUBLICS

NIVEAU : TECHNICIEN SPECIALISE

REMERCIEMENTS

Pour la supervision :

M. Khalid BAROUTI	Chef projet BTP
Mme Najat IGGOUT	Directeur du CDC BTP
M. Abdelaziz EL ADAOUI	Chef de Pôle Bâtiment

Pour la conception :

Mme Tabaalout Fatima	Ingénieur vacataire

Pour la validation :

Mme Tabaalout Fatima	Ingénieur vacataire

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

DRIF

Sommaire

MODULE 14 : CONNAISSANCE DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

.

Durée : 40H

OBJECTIF OPERATIONNEL

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit connaissance de la mécanique des fluides selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent.

CONDITIONS D'EVALUATION

- Individuellement
- A partir des exercices

CRITERES GENERAUX DE PERFORMANCE

- Connaître les différentes formules de calcul
- Application des formules pour le calcul des différentes structures

PRECISIONS SUR LE COMPORTEMENT ATTENDU	CRITERES PARTICULIERS DE PERFORMANCE
A- Connaître les notions d'hydrostatique.	• Connaissance exacte de : - la répartition des pressions - la poussée d'Archimède
B- Savoir le régime permanent.	• Application correcte du Théorème de Bernouilli
C- Connaître l'écoulement sous pression.	• Connaissance exacte de la notion de pertes de charges
D- Connaître l'écoulement gravitaire.	• Détermination correcte des caractéristiques d'une canalisation • Détermination correcte des caractéristiques d'un écoulement à surface libre

Module14: Connaissance de la mécanique des fluides

RESUME THEORIQUE

Chapitre I

GENERALITES

I – Définition et propriétés

1-1- Définition

Un fluide est un milieu continu, déformable sous l'effet d'un effort de cisaillement quel que soit la grandeur de cet effort.
Un fluide est composé de liquides et de gaz

1-2 Propriétés communes entre liquides et gaz

Isotropie : Identité des propriétés dans toutes les directions
Mobilité : Tous les fluides adaptent la forme du récipient qui les contient.
Viscosité : Propriété de s'opposer au mouvement .
Compressibilité : Variation de volume d'un fluide avec la pression et ou la température. En général les liquides sont peu ou pas compressibles,les gaz par contre sont compressibles

I Définition et propriétés :

1-3 Différence entre un liquide et un gaz

a – les liquides ne sont pas expansibles avec tandis que les gaz occupent tout le volume disponible.

b- La loi de variation de la viscosité avec la température n'est pas la même : pour les gaz la viscosité croit avec la température et pour les liquides elle décroît avec celle-ci.

c- Ou adrent souvent l'incompressibilité des liquides du moins aux pressions habituelles.

2- Propriétés Physiques

2-1-1 Masse volumique

Masse de l'unité de volume $\rho = \frac{M}{V} kg/m^3$

2-1-2- Densité

$$\delta_{liquide} = \frac{\rho_{liquide}}{\rho_{référence}} \qquad \delta_{gaz} = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{référence}}$$

Pour les liquides : la référence est l'eau à la même t°
Pour les gaz : la référence est l'air à la même t°
ρ

2-1-3 Pois spécifique

Pois de l'unité de volume $\gamma = \rho g N/m^3$
avec g : pesanteur

$$\rho_{eau} = 1000 kg/m^3 \qquad \gamma_{eau} = 9810 N/m^3$$

2-1-4 : **Volume spécifique** : Vs = $\frac{1}{\rho}$ volume occupé par l'unité de masse

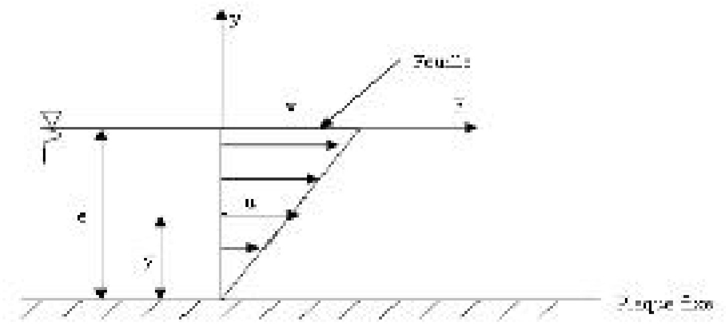
3- **Propriétés Physiques** :

2-2 **La viscosité**

La viscosité est la propriété d'un fluide de s'opposer par des efforts tangentiels en déplacement qu'on lui imprime
(dans l'action de contact des molécules la pression représente l'effort normal et la viscosité correspond à l'effort tangentiel)
La viscosité se rapproche beaucoup de l'action de frottement.,à la différence de la pression normale qui se manifeste même si le fluide est au repos ,le frottement tangentiel n'apparaît que lorsque le fluide est en mouvement .
La force visqueuse ne prend missive qu'avec le mut et s'émule lorsque celui-ci s 'arrête.

2-2-1 **Expérience de NEWTON**

- Liquide à surface libre
  de profondeur fisc e à un fond fixe



- Soit une feuille de surface A
  à la surface du liquide, soumise à la force F.
  Entirent la feuille et en mesurant la vitesse de déplacement de chaque couche, on constite qu'en descendant vers le fond la vitesse diminue.
  On suppose que la vitesse se réduit d'une façon limer ire :quand la profondeur e est très petite la courbe de vitesse est assimiler à une droite.

triangle semblable u(y) $= v\frac{y}{e} \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{v}{e} =$ cte

2) **propriété physique**

2.2.1 Expérience de Newton (suite)

De plus Newton prouve que la vitesse υ de la feuille (vitesse d'entraînement) était proportionnelle à F x e/A.

- La contrainte de cisaillement à la surface est $\tau = \frac{F}{A}$
- à la hauteur y : $\tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{v}{e}$ d'après la loi de Newton

μ est la viscosité dynamique

- Il en découle que la contrainte de cisaillement et proportionnelle à un gradient de vitesse.

- Si la vitesse varie il y a cisaillement et par conséquent un écoulement avec girdient de vitesse.
- <u>Les fluides Newtoniens</u> suivent la loi $Z = \mu \dfrac{du}{dy}$

Si $\underline{\mu = 0}$ $\Rightarrow$ $\underline{\tau = 0}$ alors <u>le fluide</u> est un <u>repos</u> ou à <u>vitesse constante</u>
Les fluides par faits ont une viscosité nulle.
L'unité de mesure de μ dans le système international est le : pas ou $N.s/m^2$
ou la poise = $dyne.s/m^2$ dans le système CGS
2.2.2 Viscosité cinématique
dans un grand nombre de problèmes, la viscosité dynamique n'intervient pas seule mais sous la forme $\nu = \mu/\rho$ m^2/s stoch = 1 cm^2/s
c'est la viscosité cinématique
pour l'eau à 20° c ν = 10^{-6} m^2/s = 0.01 st
pour l'air à 20° c ν = 0.15 st : l'air est 15 fois plus visqueux que l'eau

Chapitre II

HYDROSTATIQUE

l'hydrostatique est l'étude de pressions dans un fluide en repos ou en mouvement solide, ainsi que des forces de pressions s'escerçant sur des surfaces immergées.

la pression ρ en un point d'une surface plane et définie par : $\rho = \lim \frac{dFn}{dA}$

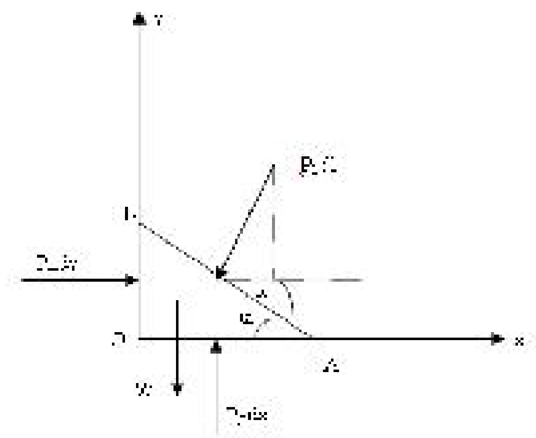
avec : dFn : effort normal agissent sur l'élément de surface dA entourant le point considéré.

l'unité de la pression est le N/m^2 ou le pro cal ρ_a = 1N/
ou le bar (bar = 10^5 ρ_a)
En trydrostatique la contrainte de cisaillement Z est mulle.

$$\tau = 0N/m^2$$

2-1 **Isotropie de la pression**

la pression en un point de fluide au repos est la même toutes les directions, elle est indépendante de l' orientation de la surface retour du point.
considérais un élément prismatique de fluide de base OAB dans le plan x oy, et de longueur unité suivant oZ,formé retour d'un point M d'un fluide au repos
OA=dx
OB=dy
AB=dl



Px,Py,Pl respectent respectivement les pressions sur les faces OA?OB ?AB
Isotropie de la pression (suite)
l'équilibre statique dorme alors :
ox : Px dy –(Pl sim α) dl = o
oy : Py dx – w – (Pl cos α) dl = o ou : $w = pg \frac{dxdy}{2} 1$ (poids du fluide)

$$\text{sim } \alpha = \frac{dy}{dl} \text{ et cos } \alpha = \frac{dx}{dl}$$

ou aura donc :

$$\begin{cases} ox : Px\,dy - pl\,dy = 0 \\ oy : Py\,dx - \rho g \dfrac{dxdy}{2} - Pl\,dx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ox : Px = Pl \\ oy : Py - Pl - \rho g \dfrac{dy}{2} = 0 \end{cases}$$ or lorsque dx , dy → o alors : A et B

M → O

on aura : ox Px = Pe

oy Py = Pl ⇒Px = Py = Pe au ce qui montre que la pression est indépendante de l'orientation de la surface prise retour du point considéré.

dans un fluide de viscosité mille (fluide parfait) il n'y a pas de contrainte de cisaillement et ainsi la pression est la même dans toutes les directions en ce point .

II- 2 Equation Fondamentale de l'hydrostatique

2-2.1 Equation de base

considérons un élément fluide parallélépipédique pris dans une masse de fluide au repos.

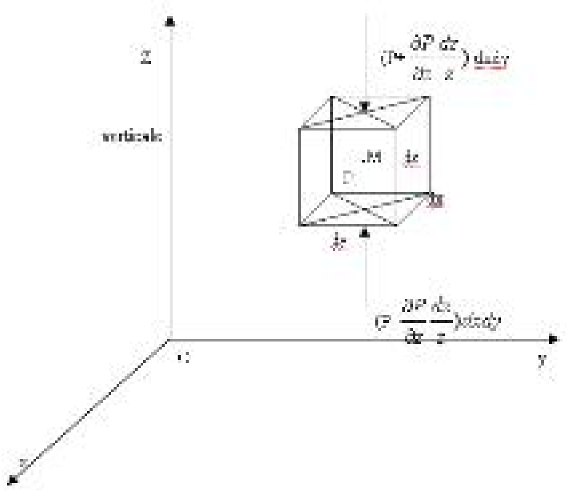
Soit dx dy dz les cotes de cet élément de fluide.

Le tout est placé dans un repère orthonormé oxyz,d'axe oz vertical ascendant

Soit p la pression au centre de gravité M du parallélépipédique

2- Equation Fondamentale de hydrostatique

2-2.1 équation de base



les forces agirant sur l'élément parallélépipédique de fluide au repos se décomposent comme suit :

- Forces de surface : Pression sur les 6 faces externes.
- Forces de volume : de compossntes x,y et z pour unité de volume (poids, inertic, … etc)

Le bilan de ces forces suivant chaque direction est donc :

Direction ox :

Force de surface : $(P' - \frac{\partial P}{\partial X}\frac{dx}{2})$ dydz – $(P + \frac{\partial P}{\partial X}\frac{dx}{2})$ dxdy

Force de volume : X dxdydz

Direction oy:

Force de surface : $(P - \frac{\partial P}{\partial Y}\frac{dy}{2})$ dxdz – $(P + \frac{\partial P}{\partial Y}\frac{dy}{2})$ dxdz

Force de volume : Y dxdydz

Direction oz :

Force de surface : $(P - \frac{\partial P}{\partial Z}\frac{dz}{2})$ dxdy – $(P + \frac{\partial P}{\partial Z}\frac{dz}{2})$ dxdy

Force de volume : z dxdydz

L'équilibre statique de l'élément s'écrit :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

En projetant la relation vectorielle sur les hors directions, nous obtenons trois équations algébriques :

X dxdydz $+[(P - \frac{\partial P}{\partial X}\frac{dx}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial X}\frac{dx}{2})]$ dxdz = 0

Y dxdydz + $[(P - \frac{\partial P}{\partial Y}\frac{dx}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial Y}\frac{dy}{2})]$ dxdz = 0

Z dxdydz + $[(P - \frac{\partial P}{\partial Z}\frac{dz}{2}) - (P + \frac{\partial P}{\partial Z}\frac{dz}{2})]$ dxdy = 0

Après simplifications, nous obtenons :

$X = \frac{\partial P}{\partial X}$; $Y = \frac{\partial P}{\partial Y}$ et $Z = \frac{\partial P}{\partial Z}$

qui se résume sous forme vectorielle à : $\vec{F}_1 = grad$ p

$\vec{F}$, était la regultrite des forces de volume agissent sur l'unité de volume du fluide en repos.

2.2.2 Fluide en repos dans un champ de la pesanteur dans ce cas la seule face de volume s'escerçant sur le fluide en repos est son poids, d'ou :

X = 0 ; Y = 0 et Z = - ρ z

avec ρ : la masse volumique du fluide en repos. Le système se réduit à : $\begin{cases} \frac{dP}{dx} = \frac{dP}{dy} = 0 \\ \frac{dP}{dz} = -\rho z \end{cases}$

d'ou p = p(z) ne dépend que de la direction verticale Z.

Les deux premières dérivées partielles sont milles, donc la pression ne ouvrie pas dans un plan horizontal d'un même fluide en repos.

Tant qu'on reste dans un plan parallèle en plan xoy, la pression est constante dans ces plans .

Ces plans sont les surfaces isobares pour 3 donné P= cte

Cas de fluides incompressibles

$\frac{dP}{dz} = -\rho g$ ρ = cte car le fluide est incompressible

$\Rightarrow$ équation simple de 1er ordre .

$\Rightarrow$ P(z) = -ρ gz + cte

si pour Zo on a P(Zo) = Po donné

alors on a la relation p $-$ p_0 = pg(Zo-z)

Pour les liquides si on prend l'axe des z orientés vers le bas :

l'équation devient $\frac{dP}{dz} = \rho g \Rightarrow P(z) = \rho gz + P_0 = P_0 + \gamma_Z$

Soit un fluide à surface libre , au repos dans un resenvoir avec un fond à profondeur constante, et une profondeur d'eau égale h.

<u>* à la surface</u>

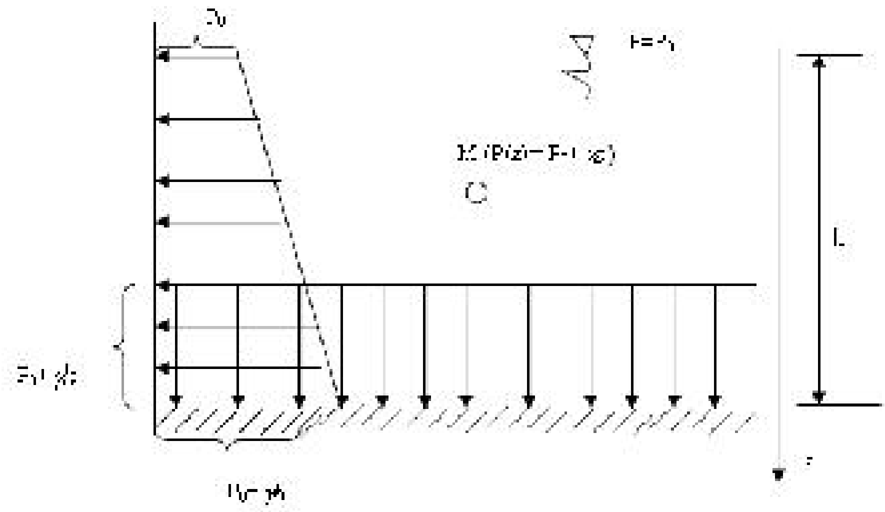
z = o et la pression $P_{(0)} = P_0$ pression de l'air ambiant .

*<u>**au fond**</u> :

z = h et P(h) = $p_0 + \gamma h$

d'ou sur les pavois verticales la pression varie d'une façon linéaire, et sur la pavois du fond (horizontal) la pression est constante en tout point.

- **<u>Pour z quelconque</u>** : p(z) = $P_0 + \gamma_z$



2.2.2 .2 **Fluides compressibles**

si le fluide est un gaz parfait au repos à température constante ,nous pouvons appliquer la loi des gaz parfaits :

$\frac{P}{\rho T} = cte$ loi de Mariotte

alors on a : $\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} = cte$ d'où $\rho = \rho_0 \frac{P}{p_0}$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -\rho_0 g \frac{P}{p_0}$$

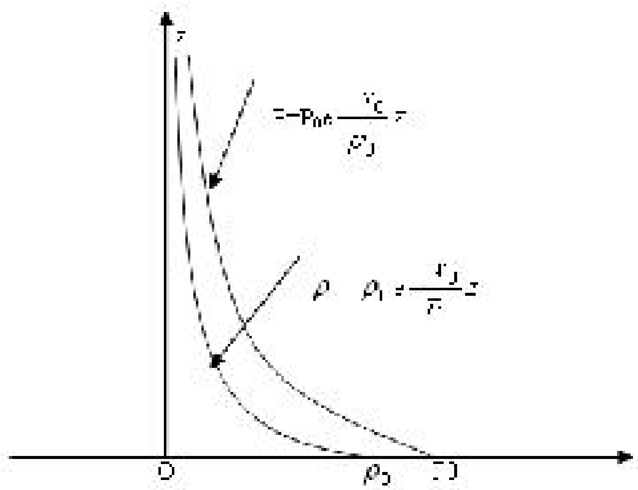
$$\Rightarrow \qquad \frac{dP}{p} = -\rho_0 g \frac{dz}{P_0} = -\frac{\gamma_0}{P_0} dz$$

En intégrons- on obtient.

$$\text{Ln } \frac{P}{P_0} = -\frac{\gamma_0}{P_0}(z - z_0)$$ avec si z=z_0 alors $\begin{cases} \rho = \rho_0 \\ P = P_0 \end{cases}$

d'où $\frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\frac{\gamma_0}{P_0}z}$ si Z_0=0 niveau de la mer

pour : z = o $\begin{cases} \rho = \rho_0 \\ P = P_0 \end{cases}$



quand on monte en altitude pour un gaz parfait, sa masse volumique diminue de même pour la pression on dit que l'air s'allège.

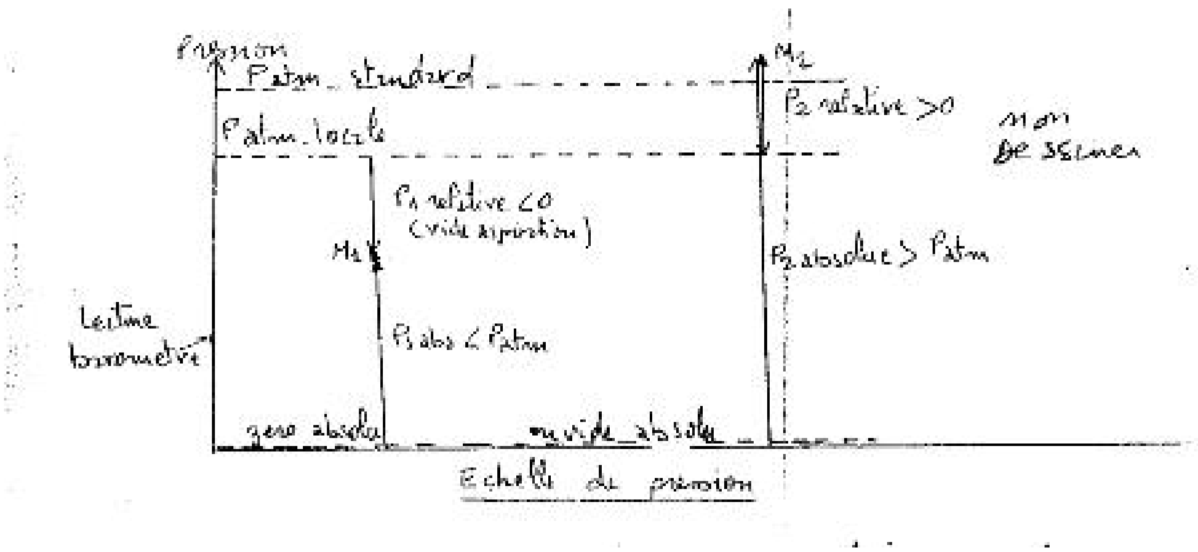
II-3 Unité et échelle de pression

3-a Pression relative- pression absolue

La pression peut être exprimée par rapport à n'importe quelle référence arbitraire, les références sont le zéro absolu (représenté par le vide absolu) et la pression atmosphérique locale.

La pression absolue est exprimée comme la différence entre sa valeur et le vide absolu.

La pression relative est exprimée comme la différence entre sa valeur et la pression atmosphérique local



la pression absolue P_{ab} et la pression relative P_r sont liées par la relation $P_{ab} = P_2 + P_{atm}$

3.b – pression atmosphérique locale ou standard :

<u>la pression atmosphérique locale</u> est mesurée par un baromètre.

Ce dernier se compose * d'une amre remplie de mercure et placée dans l'air.

*et d'un tube en verre fermé dans sa partie supérieur, sa partie inférieure ouverte est plongée dans la cuve après avoir été vidé de son air.

le mercure morte dans le tube, la partie vide du tube est remplie de vapeur de mercure dont la pression est négligeable (0.173 Pa).

En appliquant la loi de l'hydrostatique :

$P_B + \gamma_{H_g} h = P_A = P_{atm}$

un négligent P_B on obtient

$P_{atm} = \gamma_{H_g} h$

c'est la pression atmosphérique locale donnée par le baromètre avec : $\gamma_{H_g} = \rho_{H_g} - g$

ρ_{H_g} =13590km/m^3 à 20°c

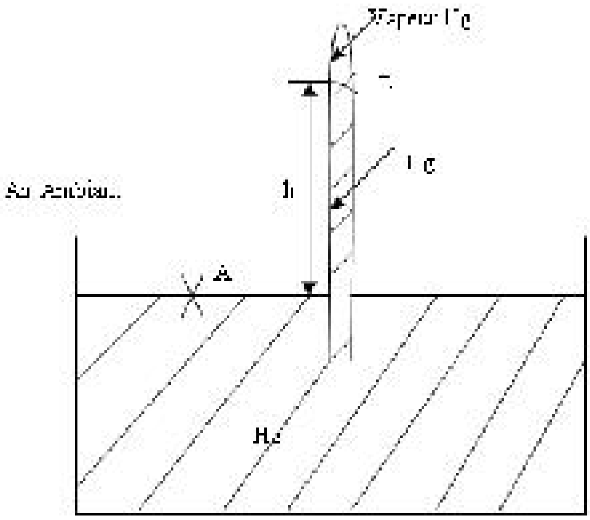
La pression atmosphérique standard correspond à une lecture h = 760 mm de mercure :

P_{atm} st = 76*13590*9.81 = 101320 Pa

on l'utilise lorsqu'on ne dispose pas de baromètre

si à la place du mercure, on aurait utilisé l'eau par exemple, la lecture aurait été telle que : $P_{atm} = \gamma_{(eau)} h_{(eau')} = \gamma_{(Hg)} h_{(Hg)}$

et donc $h_{(eau)'} = h_{(Hg)} \dfrac{\gamma_{(Hg)}}{\gamma_{(eau)}}$ = 13,59$h_{(Hg)}$ = 10,33m



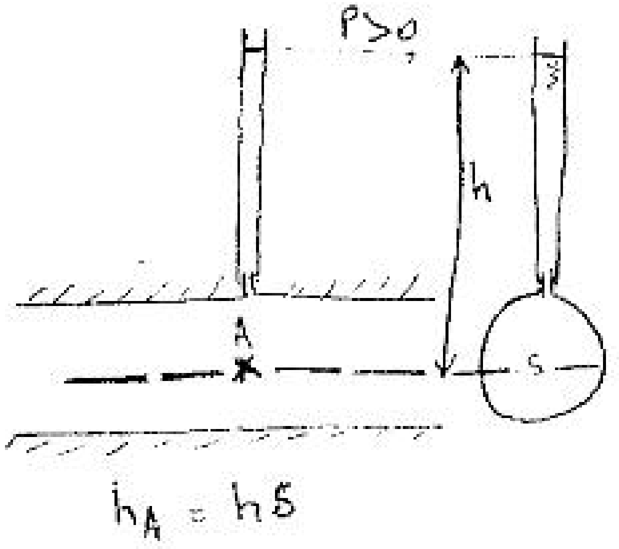
Principe du baromètre

d'ou : la pression atmosphérique standard correspond à une lecture h = 10,33md'eau (ou mettre colonne d'eau)
on peut ainsi par l'intermédiaire de la relation P= γh , convertir une pression en hauteur de colonne d'un liquide quelconque de poids volumique γ .
on peut aussi dire que la pression atmosphérique standard vent 101320 Pa ou 760mm de colonne de mercure (mm CHg) ou encore 10.33 mcex

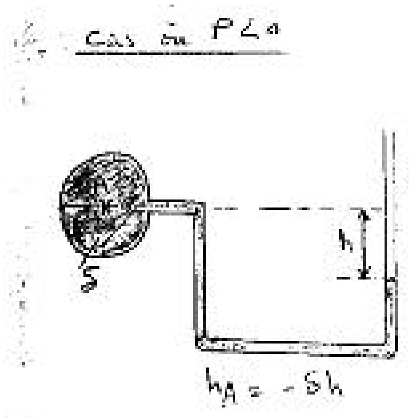
II-4 Manomètre et mesure de pression
Les manomètres sont des appareils et des dispositifs utilisés pour évaluer des différences de pression.
Les plus importants sont les piézomètres et les manomètres différentiels.
II-4-a Procédure générale à suivre :
En cas de présence de manomètre :
1- Commencer à une extrémité : écrire la pression en unité appropriée.
2- Ajouter à cette pression dans les mêmes unités, la variation de pression :
    - elle est > o si on descend
    - et < o si on monte.
3- Continuer jusqu'à l'autre extrémité pour les moments différentiels.

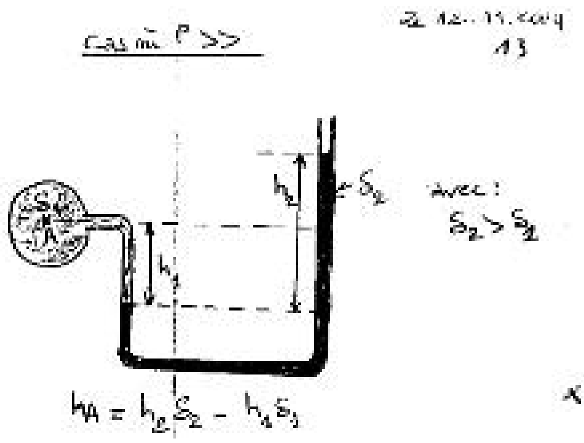
II-4.b Pizomètres

C'est l'appareil le plus élémentaire pour la mesure d'une pression.
L'unité de pression est le mm colonne du liquide contenu dans le prizometre.
h_A : désigne la pression au sein de la conduite.
à l'extrémité du prizometre, la pression de l'air est négligeable.



La pression peut être négative on assez importante dans ces cas on a les dispositions suivantes :

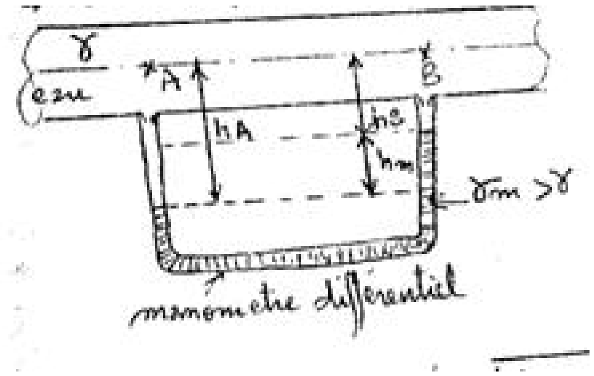




II-4.c Manomètres différentiels :

Le but de l'utilisation des manomètres différentiel est la mesure des pertes de pression.

- cas de liquide :



$P_B = P_A + \gamma h_A - \gamma_m h_m - \gamma h_B$

$\Leftrightarrow P_A - P_B = -\gamma h_A + \gamma h_B + \gamma mhm$

$\Leftrightarrow P_A - P_B = \gamma_m h_m - \gamma(h_A - h_B) = \gamma_m h_m - \gamma h_m$

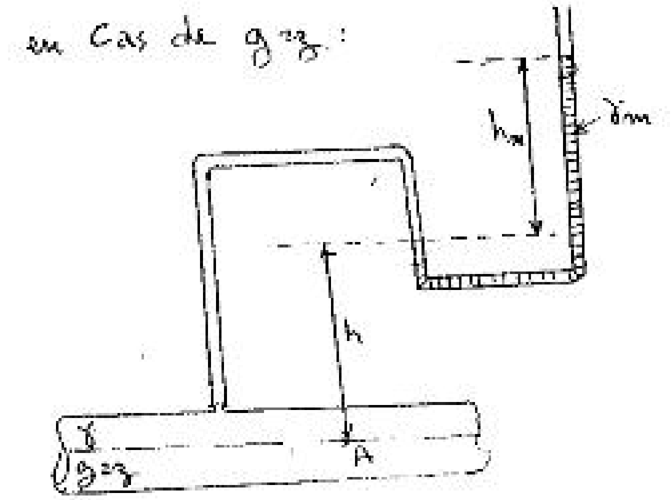
$\Leftrightarrow P_A - P_B = h_m(\gamma_m - \gamma) = \gamma h_m(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1)$

$\Leftrightarrow$ PA-PB = $\gamma h_m(\delta_m - 1)$

d'ou $P_A - P_B = \gamma(\delta_m - 1)h_m$

- en cas de gaz : $\gamma_{gaz} << \gamma_{liquide}$

$\Rightarrow \gamma h$ du gaz est negligerble



$P_A - \gamma h - \gamma_m h_m = 0$

négligeable

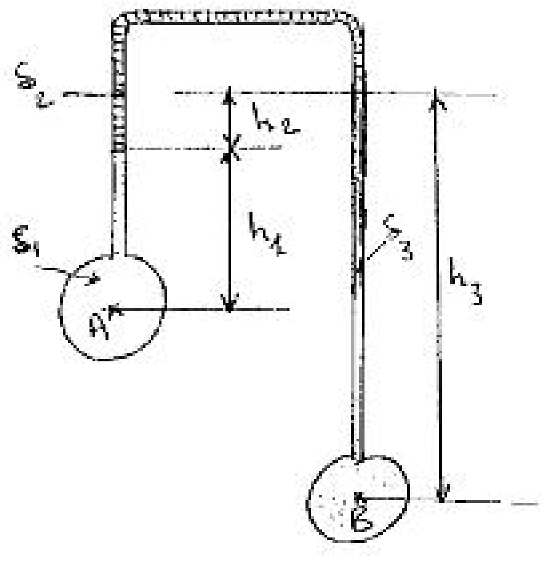
$\Rightarrow P_A = \gamma_m h_m$ constante pour la présente conduite de gaz

En général, on considère que la pression du gaz est constante.
Les manomètres différentiels sont conçus pour la mesure des différences de pression.

Exemple :

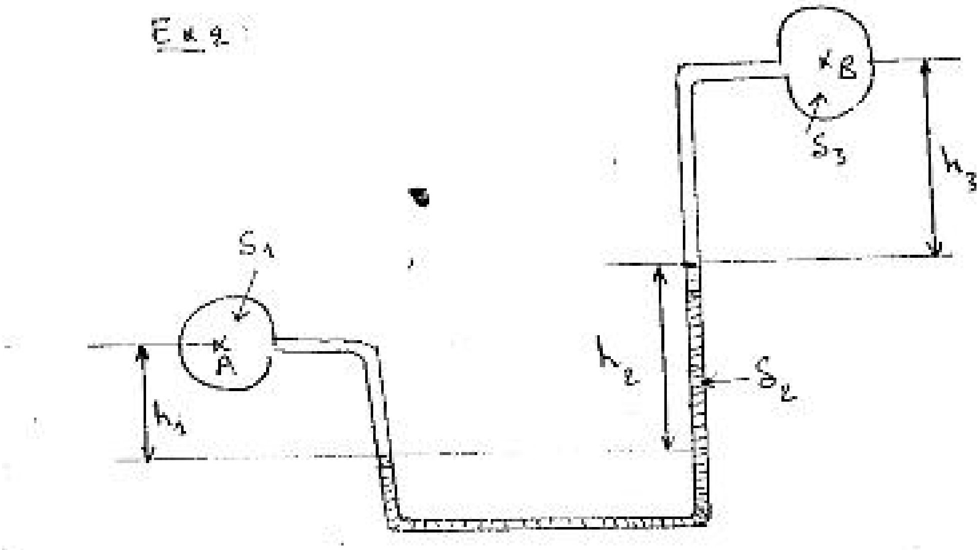
on considère deux conduits contenant deux de densités différentes et qui sont liées par un manomètre différentiel :

Ex 1 :



$$h_A - h_B = h_1\delta_1 + h_2\delta_2 - h_3\delta_3 \,(mcE)$$

Ex2 :



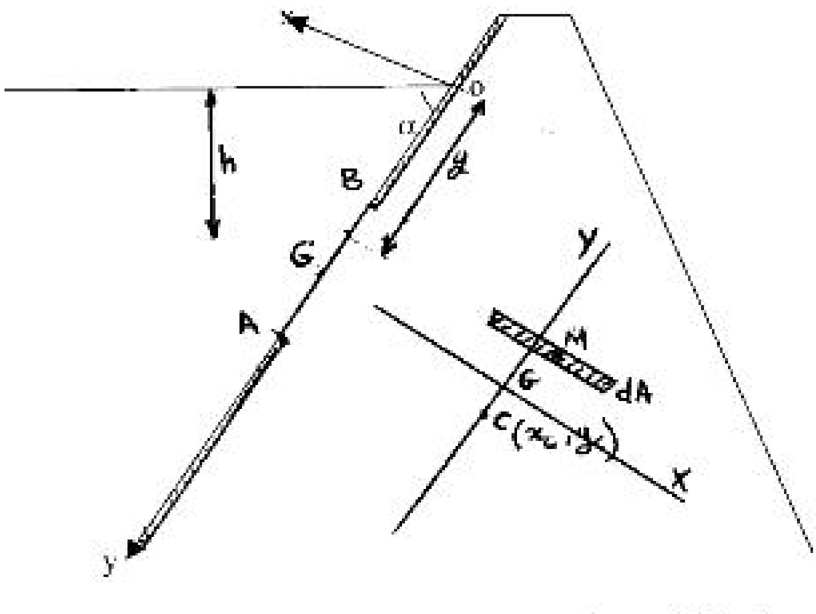
$$h_A - h_B = -h_1\delta_1 + h_2\delta_2 + h_3\delta_3 (mcE)$$

II-5 Action des forces de pression sur les surfaces planes

II-5 1 Résultante et centre des pressions

a- Résultante des forces de pression

Il s'agit de déterminer la résultante des forces de pression agissant sur la surface plane AB, en contact d'un fluide.
Soit par exemple un barrage disposant d'une vanne AB de forme quelconque, de surface A et de centre de gravité G.
α était l'inclinaison entre le plan xoy du barrage et le plan de la surface libre du fluide.



X et Y sont les axes principaux passant par le centre de gravité de la vanne.
Soit M un point de la plaque d'ordonnée y , de profondeur h et de dA la surface élémentaire entourant le point M.
Si p la pression relative au point M, la force de pression en M est définie par la relation :

dF=pdA
or p = γh et h = ysin α d'ou dF= γysinαDa
La résultante de la force de pression est alors :
F= $\iint \gamma y \sin\alpha dA = \gamma \sin\alpha \iint ydA$

or Sx = $\iint ydA = y_G A$ est le moment statique de la surface de la vanne par rapport à l'axe ox avec y_G l'ordonnée du centre de gravité de la vanne.
D'où F=$\gamma \sin\alpha y_G A = \gamma h_G A = P_G A$ avec $h_G = y_G = \sin\alpha$ et P_G étant la pression au centre de gravité de la surface plane.

$$\boxed{F = P_G A}$$

Ainsi : La résultat des forces de pression sur une surface plane en contact ou immergée dans un fluide est égale au produit de l'aire de cette surface par la pression en son centre de gravité.
Direction : toutes les forces élémentaires dFsont perpendiculaires à la surface plane, il est de même pour leur résultante.

b- Centre de pression C :

C'est le point d'application de la résultante de la force de pression sur toute la surface plane. Soit (xc,Yc) les coordonnées de ce point

Pour calculer ces coordonnées on utilise la relation de moments :

$\sum M/x$: $$Fy_c = \iint dFy$$

$$\Leftrightarrow \quad [\gamma \sin\alpha y_G A]y_c = \gamma \sin\alpha \iint y^2 dA$$

$$\Leftrightarrow \quad y_c = [1/y_G A]\iint y^2\, dA = [1/y_G A]Iox$$ or

$I_{OX} = I_{XX} + y_{G^2} A$ d'où

$$y_c = y_G + I_{XX}/y_G\, A$$

Avec y_G à compter à partir de la surface libre et $y_C>y_G$ quelque soit la position de G.

$\sum M/y$: $$F_{X_C} = \iint dFx$$

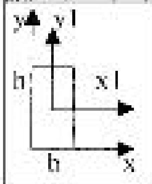
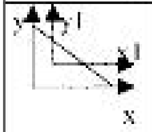
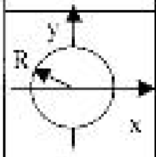
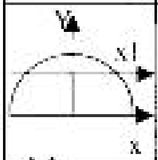
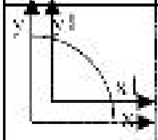
$$\Leftrightarrow \quad [\gamma \sin\alpha y_G A]x_C = \gamma \sin\alpha \iint xydA[1/y_G A]Ixy$$

$$\Leftrightarrow \quad x_c = [1/x_G A]\iint xydA = [1/y_G\, A]Ixy$$ or $Ixy = Ixy + x_G y_G A$

d'où $$x_c = x_G + Ixy/x_G\, A$$

Si la plaque est symétrique Ixy=0 et $x_c=x_G$

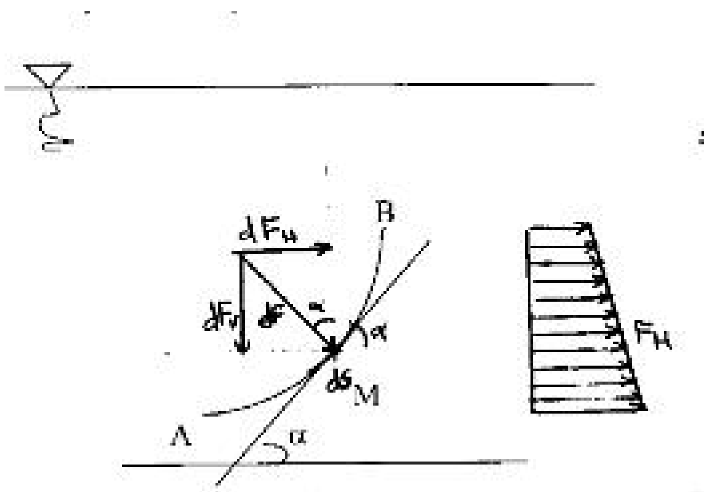
CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DE QUELQUES SRFACES USUELLES

Sections	x_G	y_G	Ix	Iy	Ixy	Ix_G	Ix_G	Ix_Gy_G
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{bh^3}{3}$	$\frac{hb^3}{3}$	$\frac{b^2h^2}{4}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	0
	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$	$\frac{bh^3}{3}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{b^2h^2}{24}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{hb^3}{36}$	$\frac{-b^2h^2}{72}$
	0	0	$\frac{R^4\pi}{4}$	$\frac{R^4\pi}{4}$	0	$\frac{R^4\pi}{4}$	$\frac{R^4\pi}{4}$	0
	0	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{R^4\pi}{8}$	$\frac{R^4\pi}{8}$	0	$\frac{R^4(9\pi-64)}{72\pi}$ ou $0.109R^4$	$\frac{R^4\pi}{8}$	0
	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{R^4\pi}{16}$	$\frac{R^4\pi}{16}$	$\frac{R^4}{8}$	$0.055R^4$	$0.055R^4$	$-0.016R^4$

$$I_{XG} = I_X - (y_G)^2 F$$
$$I_{YG} = I_Y - (x_G)^2 F$$
$$I_{XGYG} = I_{XY} - (x_G y_G) F$$

II-6 Action des forces de pression sur les surfaces gauches

Surface gauche : C'est une surface qui n'est pas plane, la plupart sont de forme cylindrique ou morceau de cylindre.
Considérons la surface gauche matérialisée par sa trace AB
En un point M de profondeur h par rapport à la surface libre, règne une pression γh.



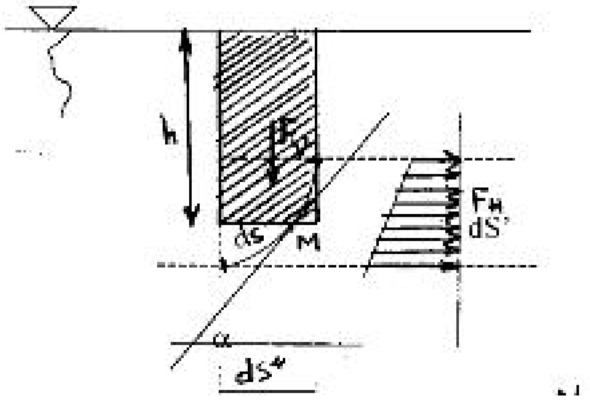
Sur une aire dS entourant le point M, agit une force de pression :

$$d\vec{F} = pd\vec{S} = \gamma h dS.\vec{n}$$

$\vec{n}$: vecteur normal à $d\vec{S}$
α : angle entre le plan tangent en M à la surface dS, et le plan de la surface libre

II-6-1 résultante de la force de pression sur une surface gauche

$dF_H = dF\sin\alpha = \gamma h\ dS\ \sin\alpha$



$dF_V = dF\cos\alpha = \gamma h\ dS\ \cos\alpha$

$dS' = dS\sin\alpha$
$dS'' = dS\cos\alpha$

d'ou :

$dF_H = \gamma h\ dS'$
$dF_V = \gamma h\ dS''$

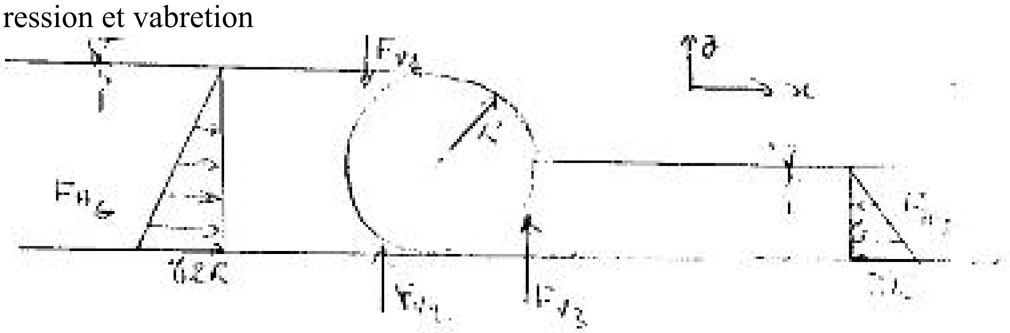
donc :

$F_H = \iint \gamma h\ dS'$

$F_V = \iint \gamma h\ dS''$

II-6.2 Exemple d'application

Soit une barrière cylindique retenant l'eau d'un restore déterminer les comportes de la force de pression et vabretion



$$F_{H_G} = \gamma 2R \times \frac{2R}{2} l = 2\gamma R^2 L$$

$$F_{A_D} = -\gamma R \frac{R}{2} l = -\frac{\gamma R^2}{2} l$$

$$\downarrow F_{V1} = -\gamma l (R^2 - \frac{\pi R^2}{4}) = -\gamma l R^2 (1 - \frac{\pi}{4})$$

$$\uparrow F_{V2} = \gamma l (R^2 + \frac{\pi R^2}{4}) = \gamma E R^2 (1 + \frac{\pi}{4})$$

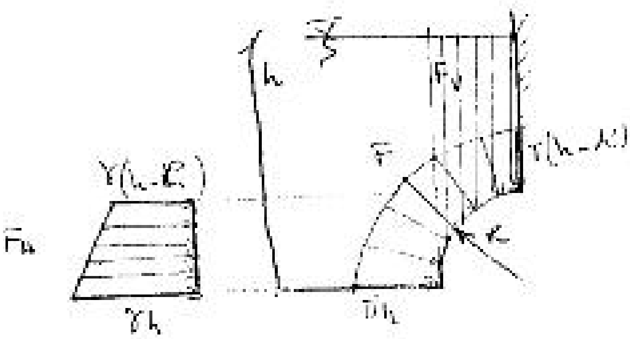
$$\uparrow F_{V3} = \gamma l \frac{\pi R^2}{4}$$

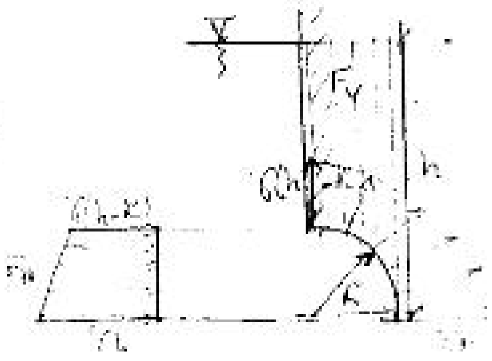
le volume est comptée à partir de la parme
jusqu'à la surface libre du fluide par force verticale

d'où $\quad F_H . F_{HT} + F_{HD} \quad\quad 2\gamma R^2 l - \frac{\gamma R^2}{2} l \quad\quad \frac{3}{2} l R^2 L$

$$F_V . F_{V1} + F_{V2} + F_{V3} = -\gamma l R^2 (1 - \frac{\pi}{4}) + \gamma l R^2 (1 - \frac{\pi}{4}) + \gamma l \frac{\pi R^2}{4}$$

Derection $tgt = \frac{F_V}{F_H} = \frac{3/4}{3/2} = \frac{\pi}{2} \rightarrow Ar = tg \frac{\pi}{2}$





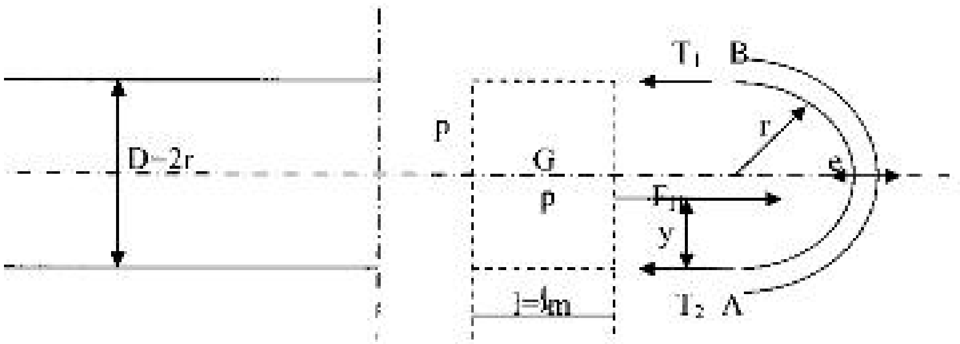
Ainsi :

La composant horizontale de la force de pression F sur la surface gauche est égale à la **poussée** sur la **surface plane prjéction** suivant la **verticale** de la surface gauche.

La composant verticale de la force de pression F sur la surface gauche est l'intégral de γh dS " qui n'est d'autre que le **poids de la colonne de fluide de base dS" et de hauteur h.**

II-6-2 Contrainte de traction dans une conduite

Considérons un tronçon de longueur unité de la conduite, l'épaisseur de sa paroi est e



Les tentions tendant à séparer la conduite en deux moitiés sont :

- **T_1** dans la partie supérieure,
- **T_2** dans la partie inférieure.

Si p la pression au centre (de gravité),
Alors la composante horizontale de la force de pression est : $\mathbf{F_H = 2pr}$
*** Pour des pressions élevées,** le centre de pression peut être confondu avec le centre de gravité de la conduite et on a **la force de traction T** par unité de longueur.

$$T=T_1 = T_2 = pr$$

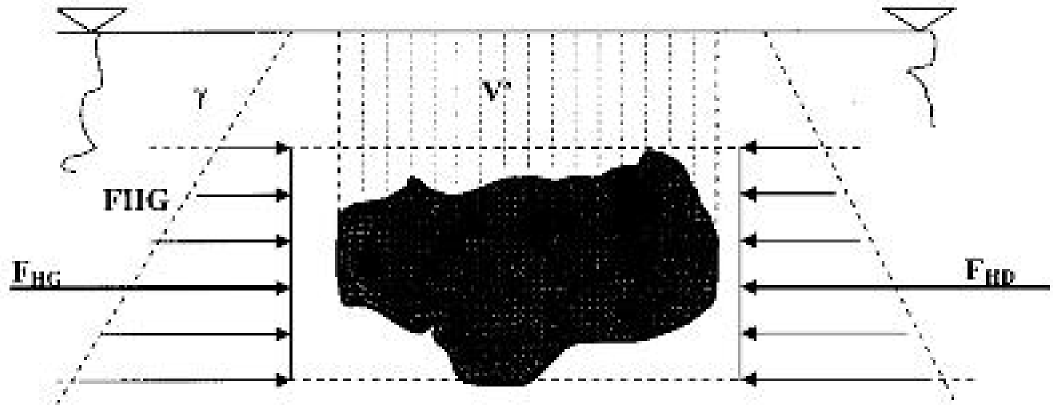
la contrainte de traction par unité de longueur dans la paroi de la conduite est donnée par : $\sigma = \frac{T}{e} = \frac{pr}{e}$

- **Lorsque la pression varie beaucoup entre le haut et le bas de la conduite** le centre de pression est défini par y tel que :

$\sum F=0$: $T_1+T_2 = 2pr$ et $\sum M/A=0$: $T_1 2r-2pry=0$
D'où $T_1 = py$ $T_2 = p(2r-y)$

II-6-3 Poussée sur les corps immergés

Les efforts de pression s'exercent normalement à la surface du corps immergé.
La résultante de ces efforts se décompose en F_H et F_V(composantes horizontale et verticale)



D'après le diagramme des pressions, on a :
$F_H = F_{HG} - F_{HD} = 0$ car $\mathbf{F_{HG} = F_{HD}}$
$F_v = F_{V234} - F_{V214} = \gamma (V' + V) - \gamma V'$

D'ou : $\mathbf{F_V = \gamma V}$

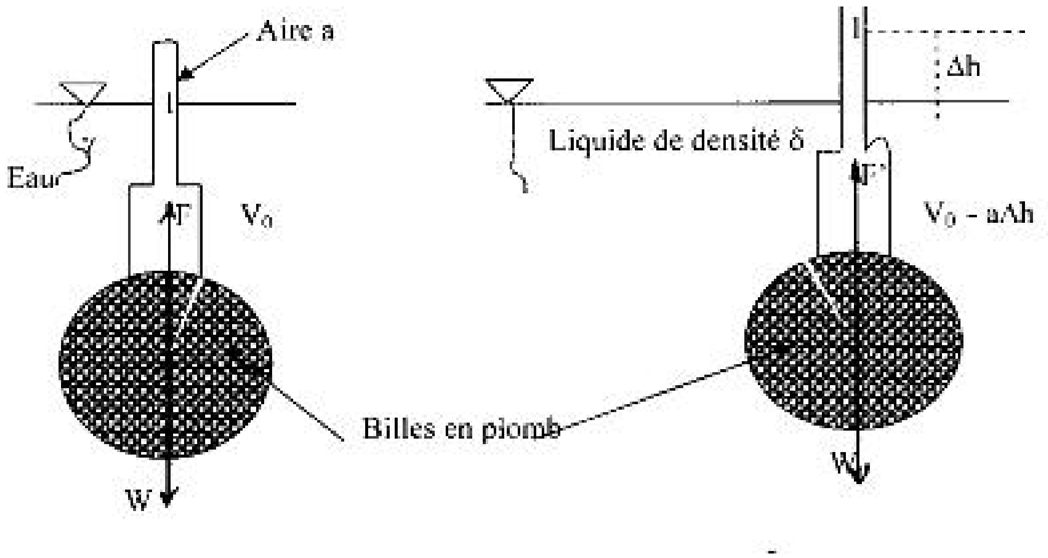
C'est la poussée d'Archimède
<u>Il en résulte que :</u>

La poussée d'un fluide sur un corps immergé dans ce fluide est :
- de direction verticale ascendante
- son module est égale au poids du volume de fluide déplacer par ce corps
- sa ligne d'action passe par le centre de gravité du volume du corps immergé.

<u>Application</u> : Le densimètre

Le densimètre est un appareil de mesure de densité dont le principe repose la poussée d'Archimède exercée par le fluide extérieur sur les billes de plomb contenues dans l'appareil.

Densimètre :



V_0 : Volume de la partie immérgée du densimétre
Δh : Dénivelée du niveau de la surface libre des deux fluides par rapport au densimétre

$$W = \gamma V_0 = \delta\gamma(V_0 - a\,\Delta h)$$

Ainsi on a : $\boxed{\delta = V_0\,(V_0 - a\,\Delta h)}$

CHAPITRE III : GENERALITE SUR LES ECOULMENTS

I- CINEMATIQUE

La cinématique des fluides s'occupe de l'étude des écoulements de fluide sans se préoccuper des forces qui les provoquent.
Il existe essentiellement deux méthodes pour étudier les écoulements :

a) Méthode de LAGRANGE

Cette méthode consiste à étudier les trajectoire des particules fluides individuellement et à en déduire leur vitesse, pression, etc , en fonction du temps.

Les coordonnées d'une particule A(x,y,z) à l'instant à t dépendent des coordonnées x_0, y_0, et z_0 à l'instant t_0 initial et du

$$x = f(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$y = g(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$z = h(x_0, y_0, z_0, t)$$

TRAJECTOIRE : La ligne tracée par la particule au cour de son mouvement s'appelle **trajectoire,** son équation s'obtient en éliminant le paramètre t entre x, y et z.

b) Méthode d'EULER

Elle étudie les caractéristiques de l'écoulement telles que la vitesse, la pression, etc… d'une particule ou d'un groupe de particules en un point fixe au sein du fluide avec le temps.

La vitesse est en général la caractéristique la plus importante au domaine fluide, et c'est une fonction de l'abscisse curviligne suivant la trajectoire et du temps t.

$$\vec{V}\ (u, v, w,) = \vec{f}\,(s, t) \text{ avec : } u = u\,(x, y, z, t,)$$
$$v = v\,(x, y, z, t)$$
$$w = w\,(x, y, z, t)$$

Ces composantes définissent l vecteur vitesse $\vec{V}$ en tout point A(x, y, z) de l'espace occupé par le fluide à tout instant t.

LIGNE DE COURANT : courbe continue tracée tangentiellement au vecteur $\vec{V}$ en chaque point du domaine fluide.

II- TYPES D'ECOULEMENTS

II- 1- Ecoulement permanent ou non permanent

Tous les paramètres caractéristiques du fluide tels que la vitesse, la pression, la masse volumique, etc … au sein d'un écoulement permanent sont indépendants du temps.
Si au moins un de ces paramètres dépend du temps, l'écoulement est dit non permanent.
La plupart des écoulements permanents ne le sont qu'en moyenne.
En écoulement permanent, la ligne de courant a une direction fixe dans l'espace. Une particule donnée se déplace toujours le long de cette ligne qui en même temps la trajectoire.

II- 2 – Ecoulement uniforme ou non uniforme

Un écoulement est dit **uniforme** si ses caractéristiques à tout instant demeurent constantes en différant points de la direction de l'écoulement ; autrement il est **non uniforme.**

Les caractéristiques d'un écoulement uniforme sont donc invariables dans l'espace occupé par le fluide. Dans ce cas on a en particulier :

$$\frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

l'écoulement dans une conduite uniforme assez longue à débit constant est permanent uniforme et à débit variable, il est **permanent non uniforme**.
l'écoulement dans une conduite non uniforme (section variable) ou assez courte à débit constant et permanent est permanent est **permanent non uniforme** et à débit variable, il est **non permanent non uniforme**.

II-3- Ecoulement rotationnel ou irrotationnel

Si les particules fluides au sein d'un écoulement tournent autour d'un de leurs axes principaux au cours de leur déplacement, l'écoulement est dit **rotationnel.**
Dans le cas contraire (déplacement des particules sans rotation, il est **irrotationnel.**

La rotation des particules est provoquée essentiellement par les forces de cisaillement, et en absence de celles –ci, les particules se déplacent-en translation exclusivement.
L'écoulement d'un fluide parfait est toujours irrotationnel.
En général :

Pour un **écoulement irrotationnel** : $Ro\vec{t}\,\vec{V} = 0$

Pour un **écoulement rotationnel** : $Ro\vec{t}\,\vec{V} \neq 0$

$\vec{\Omega}$ **est le vecteur tourbillon** $\vec{\Omega} = \frac{1}{2} Ro\vec{t}\,\vec{V}$

Il en résulte que lorsque l'écoulement est irrotationnel, le vecteur vitesse $\vec{V}$ dérive d'un potentiel : Il existe une fonction

$\Phi(x, y, z)$ telle que :

$\vec{V} = \vec{grad}\ \Phi\ (x, y, z)$

Où :

u= $\partial\Phi/\partial x\,;\bar{v} = \partial\Phi/\partial y\,; z = \partial\Phi/\partial z$

La non uniformité de la distribution des vitesses d'un fluide réel prés de la paroi fait que les particules s'y déforment avec un certain degré de rotation. L'écoulement y est donc rotationnel (gradient de vitesse x viscosité = cisaillement) tandis que l'écoulement est irrotationnel si la distribution des vitesse est uniforme dans une section transversale de l'écoulement.

II- 4 – Ecoulement uni, bi, et tridimensionnels

Les composantes du vecteur vitesse de direction normale à la direction de l'écoulement sont négligées dans l'analyse des écoulements unidimensionnels. **L'écoulement dans une conduite est en général considéré comme unidimensionnel.**

Dans un **écoulement bidimensionnel**, le vecteur vitesse est fonction de deux coordonnées. Ainsi l'écoulement dans une rivière de très grande largeur peut être considérée comme bidimensionnel.

L'écoulement tridimensionnel est le cas le plus général des écoulements dans lequel le vecteur vitesse varie dans l'espace (fonction de trois coordonnées) et il est en général le plus complexe à analyser.

$V = f(x, t)$: Ecoulement unidimensionnel ;
$V = f(x, y, t)$: Ecoulement bidimensionnel ;
$V = f(x, y, z, t)$: Ecoulement tridimensionnel..

III- 5 – Ecoulement laminaire – Ecoulement turbulent

a) Ecoulement laminaire :

C'est un écoulement où les particules fluides se meuvent sur des couches lisses qui glissent les unes sur les autres. Dans ce type d'écoulement les contraintes de cisaillement sont dominantes et liées au gradient de la vitesse par la loi de Newton.

Un écoulement laminaire dans une conduite circulaire de diamètre constant possède une distribution de vitesse parabolique suivent la section droite : C'est l'écoulement de poiseuille.

b) Ecoulement turbulent :

Les particules fluides se meuvent sur des trajectoires aléatoires et les composantes de vitesse fluctuent. Les fluctuations de la turbulences entraînent un échange de mouvement créant ainsi des contraintes additionnelles de cisaillement de grande amplitude appelées tentions de Reynolds ou viscosité turbulente.

La distribution des vitesses dans ce régime est quasi uniforme, les particules centrales ne sont plus privilégiées sauf au voisinage de la paroi de la conduite où il développement d'un film laminaire.

c) Nombre de Reynolds Re :

Reynolds a montré expérimentalement que le passage d'un type d'écoulement à l'autre (laminaire ou turbulent) dépend d'un paramètre adimentionnel appelé **nombre de Reynolds Re.** Ce nombre représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité :

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu}$$

Où : ρ : masse volumique du fluide (k /m^3)

μ : Viscosité absolue (P a..s)
ν : Viscosité cinématique (m^2/s)
V : vitesse moyenne de l'écoulement (m/ s)
L: longueur caractéristique de l'écoulement (m).

d) Classification de régime dans une conduite circulaire

Dans une conduite circulaire de diamètre D on a :

Régime de l'écoulement	Valeur de Re
Laminaire	Re < 2400
Turbulent	Re > 4000
Transitoire	2400 < Re <4000

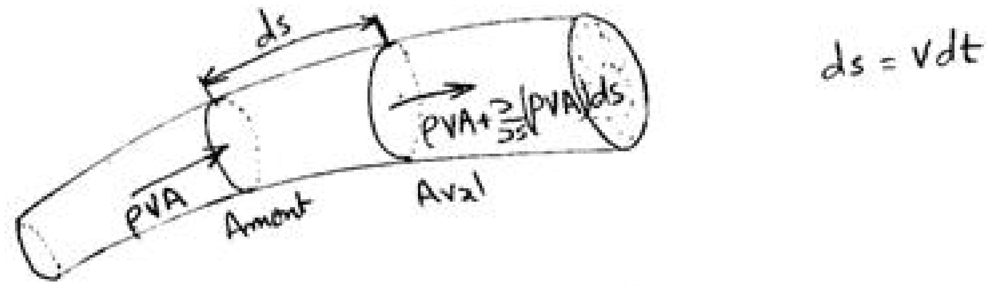
III- TUBE DE COURANT ET EQUATION DE CONTINUITE

III – 1 Tube de courant

Un tube de courant est un groupe de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée : Puisque le vecteur vitesse est tangent en tout point de la ligne de courant, il n'y a pas d'écoulement à travers la surface du tube de courant et donc cette surface est similaire à la paroi d'une conduite fermée.

III-2 Equation de continuité

Considérons le tube courant de la figure et admettons que la vitesse $\vec{V}$ est la même pour toute les lignes de courant, Coupant une section transversale :



Le bilan de masse s'écrit alors :

- Masse entrant par la face amont par unité de temps :

ρ VA

- Masse entrant par la face avale par unité de temps :

$$\rho VA + \frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds$$

- Variation de la masse à l'intérieur du volume :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds)$$

En écrivant la conservation de la masse de l'élément, il vient alors :

$$\rho VA - (\rho VA + \frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds)$$

Après simplification :

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho VA)ds + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A ds) = 0$$

et puisque les variables s et t sont indépendante, il en résulte :

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho VA) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) = 0$$

Si l'écoulement et permanent, cette équation se réduit à la relation simple :

ρ VA= C t e

Le long du tube de courant la constante est appelée **débit massique**. Son unité est : k/s
si de plus le fluide est incompressible, la relation précédente se réduit à :

VA= C t e

Cette constante le débit volumique Q (m^3/ s)

V étant la vitesse moyenne dans une section transversale du tube de courant. Si la vitesse n'est pas uniformément distribuée sur cette surface, la vitesse moyenne est calculée par l'intégrale :

V= 1/A $\iint udA$ **où** $u \perp dA$

Ainsi, pour un écoulement permanent de fluide incompressible dans un tube de courant, la conservation de la masse s'exprime par la relation simple :

Q = VA = C t e

IL en résulte que lorsque la section de l'écoulement s'élargit, la vitesse moyenne V de l'écoulement diminue et vice et versa.

IV- ACCELERATION DES PARTICULES FLUIDES

En général, le vecteur vitesse V d'un écoulement varie dans l'espace et avec le temps. L'accélération des particules fluides résulte aussi bien de la variation du vecteur vitesse que de sa variation locale avec le temps.

IV- 1- Accélération tangentielle

Si V=f (s,t) désigne le module de la vitesse tangente au ligne de courant on a en général :

$$dV = \frac{\partial V}{\partial s} ds + \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{ds}{dt}\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

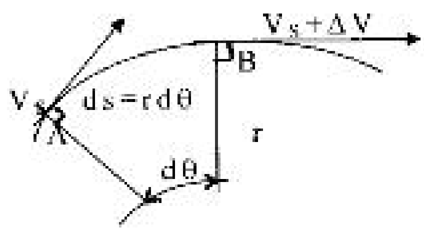
$$\frac{dV}{dt} = V\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

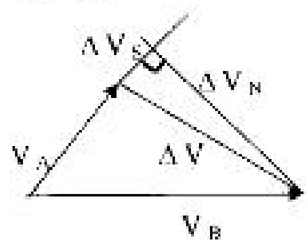
Acc **Totale** — Acc **convective** — Acc **Locale**

IV- 2- Accélération normale

Le vecteur vitesse d'une particule parcourant une ligne de courant courbe varie en module et en direction.

Le long d'une ligne de courant courbe, de rayon r, la vitesse V en A devient $V + \Delta V$ en B. La variation ΔV peut être décomposée suivant la direction de V et la normale à ce vecteur.





La variation suivant la direction de V, ΔV_S produit l'accélération tangentielle, celle suivant la normale ΔV_N produit l'accélération normale.

L 'accélération normale totale est donnée par la relation suivante :

$$\frac{dV_N}{dt} = \frac{V_{S^2}}{r} + \frac{\partial V_N}{\partial t}$$

Acc. convective — **Acc. locale**

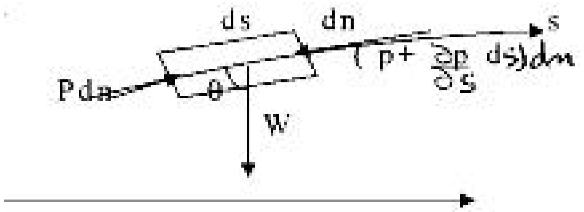
Chap VI
ECOULEMENTS PERMANENTS
DE FLUIDES PARFAITS
INCOMPRESSIBLES

Un fluide est dit parfait si sa viscosité est nulle. Dans ce type fluide les contraintes tangentielles sont nulles.

I- CONCERVATION DE L'ENERGIE DE BERNOULLI

I-1 Equation d'Euler

Considérons un tube de courant infinitésimal et isolons l'élément de volume de dimension ds, dn et de largeur unité dans un plan orthonormé xoz.



l'élément de volume dsdn*1est soumis alors aux forces suivantes :

*-Forces de pression sur les bouts de l'élément ;

*- La composante de la force de volume de l'élément dans la direction du mouvement $W = \rho g ds dn \cos\theta$;

*- l'accélération tangentielle de la masse de l'élément $\rho ds dn a_S$.

Ainsi il en résulte :

$$p dn - (p + \frac{\partial p ds}{\partial s}) dn - \rho g ds dn \cos\theta = \rho ds dn a_S \qquad (1)$$

Or : $a_S = \frac{dV(s,t)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial v}{\partial s}$ et $\cos\theta = \frac{\partial z}{\partial s}$

l'équation (1) devient alors :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{g\partial z}{\partial s} = 0$$ **C'est l'équation d'Euler (2)**

Cas particuliers :

Si l'écoulement est **permanent**, l'équation d'Euler devient :

$$\frac{V\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{g\partial z}{\partial s} = 0 \qquad (3)$$

Si de plus le fluide est incompressible :

$$\frac{d(V^2/2)}{ds}+\frac{d}{ds}(\frac{p}{\rho})+\frac{d}{ds}(gz)=0 \Leftrightarrow \frac{d}{ds}(\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+gz)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+gz=cte(4)$$

I – 2 Equation de Bernoulli et conservation de l'énergie

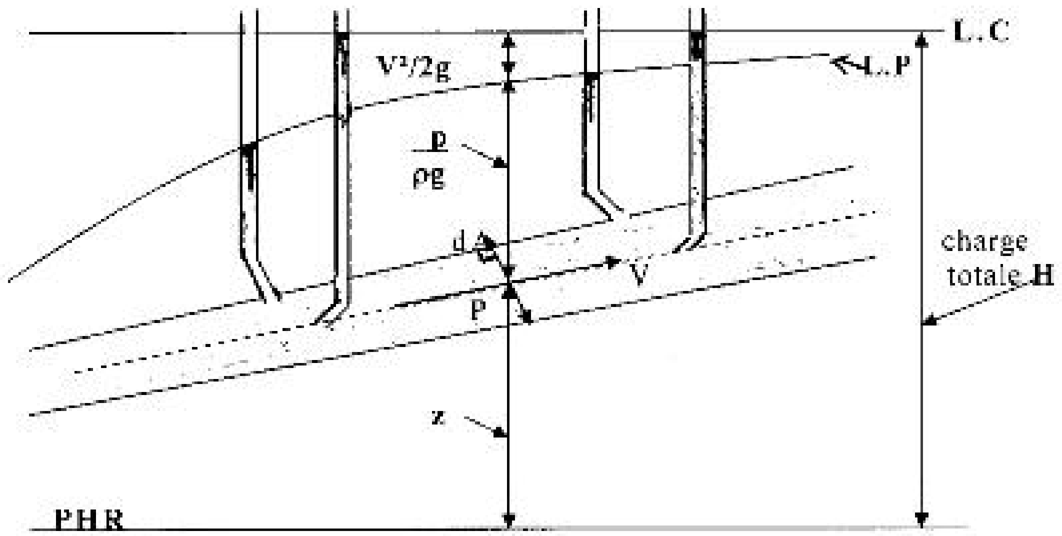
Lorsque le fluide est incompressible et l'écoulement est permanent l'équation d'Euler s'intègre facilement le long d'une ligne de courant pour donner :

$$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}=H$$ **Equation de Bernoulli**

les terme de l'équation de Bernoulli sont tous **homogène dimensionnellement à une hauteur**

H : constante d'intégration appelée **charge totale**

z : position de la particule fluide comptée positivement vers le haut à partir d'un **plan horizontal de référence** arbitraire **PHR.**



$V^2/2g$ et **$P/\rho g$** : termes représentant respectivement la charge dynamique et la charge de pression sont déterminés facilement en plaçant des piézomètre dans l'écoulement.

Ligne de charge L.C : lieu géométrique des extrémités des segments déterminés par **$z + P/\rho g + V^2/2g$** en tout point de la ligne de courant.

Ligne piézomètrique L.P : lieu géométrique des extrémités des segments déterminés par **$z + P/\rho g$** en tout point de la ligne de courant.

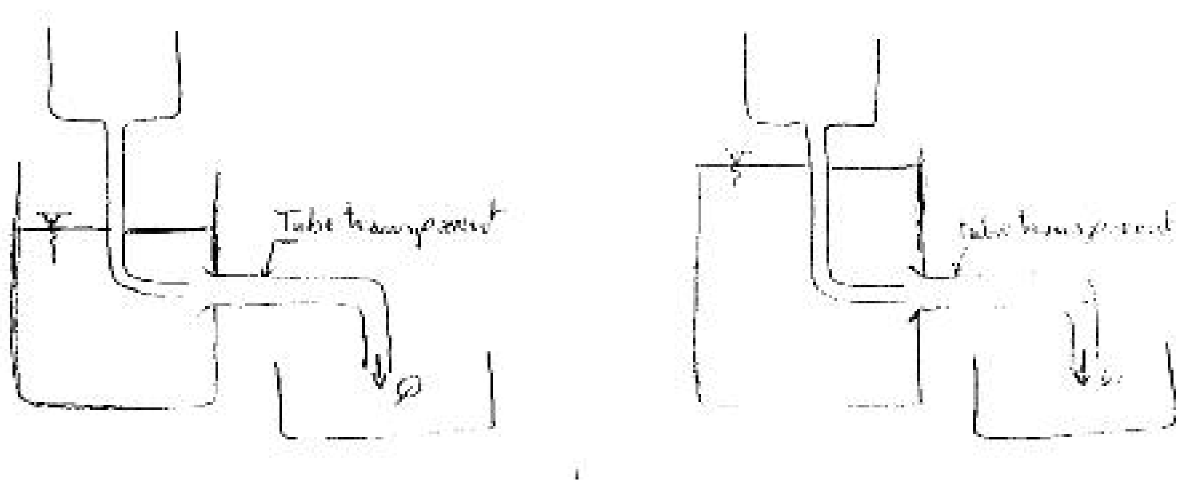
$z+P/\rho g$: hauteur piézomètrique ou **énergie potentielle par unité de poids.**

$V^2/2g$: hauteur piézomètre ou **énergie cinétique par unité de poids.**

Charge hydraulique : est la **somme des énergies potentielles et cinétiques.**

Ainsi, l'intégrale de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie mécanique de particule fluide le long d'une ligne de courant. En effet, pour un fluide parfait la transformation de l'une des énergies en une autre sur une ligne de courant se fait **sans perte**.

Ecoulement laminaire / Turbulent : Expérience de Rhenolds :

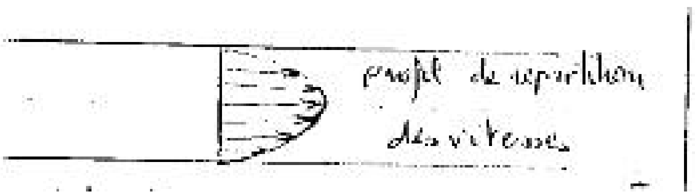


1er cas :

- Débit faible
- faible vitesse d'écoulement
- le filet coloré a une trajectoire rectiligne et régulière le long du tube transparent

Ecoulement laminaire :
les particules glissent sur des couches lisses :

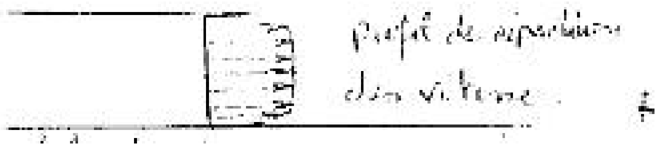
$\vec{Z} = \mu grad\vec{v}$



2éme cas

- débit élevé
- grande vitesse d'écoulement
- le filet coloré diffuse dans toutes les directions laissent prévoir un mouvement désordonné et chaotique à l'intérieur du tube transparent

Ecoulement Turbulence créent des $\vec{Z}$ additionnelles de grande amplitude



profil des vitesses parablique :
les particules centrales sont previligiées
elles sont en avance v >>
* au contact de la pavoi la vitesse est nulle

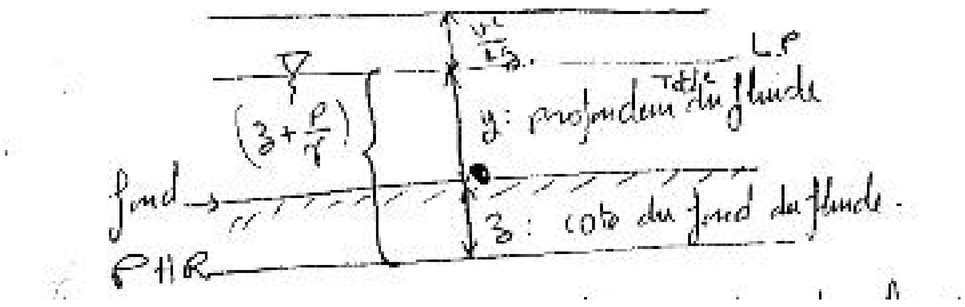
profil de vitesse aussi un forme
toutes les particules avancent d'un seul coups et à la même vitesse sauf en voisinage de la paroi ou se développe un film laminaire.

Rhenolds a défini pour chaque régime un seul d'écoulement pou lequel ce dernier est soit laminaire ou turbulent. Ce seuil est le nombre de Rhenolds

$$\mathrm{Re} = \frac{Forced'inéritié}{Forcedevis\cos ité} = \frac{\rho \vartheta L}{\mu} = \frac{VL}{\gamma}$$

ECOULEMENT		
Lamunaire	Transitoire	Turbutent

Chapitre 3 suite Ecoulement permanant de fluide parfait incanvoressible
I-3 Ecoulement à surface libre.
Ce sont des écoulements ou la surface liquide mobile est en contracte avec l'atmosphère et l'écoulement est dominé par l'action de la gravitation.
L'équation de Bernoulli s'applique à ce genre d'écoulement



La charge Hydraulique H est alors :

$$H = z + \frac{\rho}{\gamma} + \frac{\vartheta^2}{2g} z + y + \frac{\vartheta^2}{2g}$$

avec z : cote du fond / PHR
y : profondeur Totale du fluide.

II- Puissance d'un écoulement

La puissance d'un écoulement est le travail fourni ou l'énergie transférée par unité de temps.

$$p = \rho g Q H = \gamma Q H$$

ou $$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\vartheta^2}{2g}$$

c'est l'énergie par unité de poids fluide en [J/N] ou [m]
Q : débit on volumique en [m^3 /s] ou [e/s]
P : puissance en [J/s]
Dans un écoulement la charge est construite d'après le théorème de Bernoulli, donc il n'y a pas de perte de charge, et l'énergie se conserve.
Le problème vas se poser dans le cas lorsqu'on veut remonter un liquide à un niveau supérieur à celui ou il se trouve. Dans ce cas on fait appelle à l'usage de pompes (qui servent à augmenter la charge du liquide c'est dire lui fournir une charge supplémentaire relative à la pompe)

II –1 Pompes

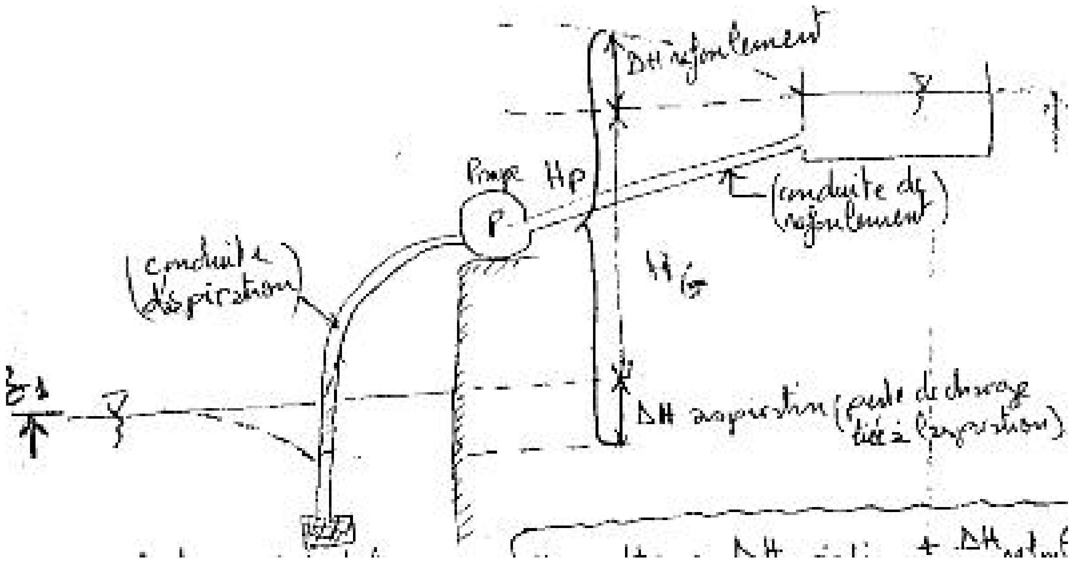
Une pompe est une dispositif qui sert à aspirer, déplacer on comprimer des liquides et des gaz.
Il y a deux types de pompes :

- **Les pompes volumétriques** qui se basent sur la variation du volume par déplacer le fluide.
  - rotative
  - à piston rectiligne.

Les Turbopompes

  - pompes centrifuges à écoulement radial

- pompes axiales à écoulement axial.
- pompes l'éliocentrifuges à écoulement miscte



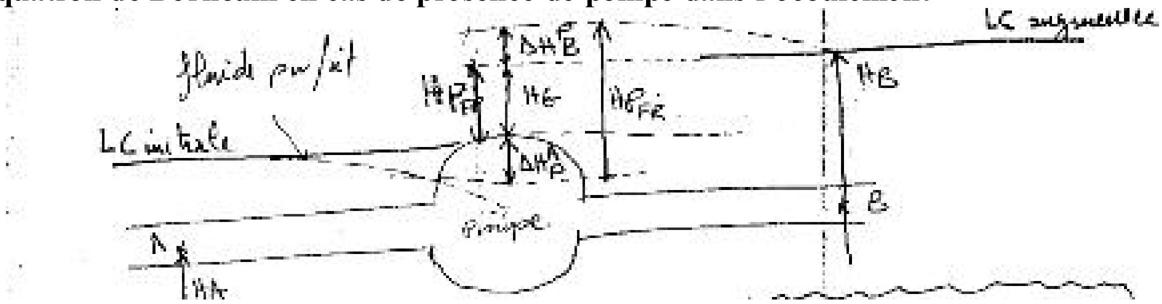
- **<u>charge Hyd de la pompe</u>** $Hp = H_G + \Delta H_{aspiration} + \Delta H_{refoulement}$

avec Hp : charge supplémentaire fournie par la pompe
H_G : $Z_2 - Z_1$: Hauteur géométrique de l'écoulement à travers la pompe.
ΔH : perte de charge / aspiration ou refoulement
Hp : apparaît sans forme d'une montée puisque de la ligne de charge lorsque

<u>La puissance de la pompe est</u> :

$$p_\rho = \rho g Q H_P = \gamma Q H_P \qquad \text{en J/s}$$

- **Equation de Bernoulli en cas de présence de pompe dans l'écoulement**



en cas de fluide réel :

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta^2{}_A}{2g} + Hp = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\vartheta^2{}_B}{2g} + \Delta H_A^B$$

Où $H_A + H_P = H_B + \Delta H_A^B$

$$H_{P_{FR}} = H_P + \Delta H_A^P + \Delta H_P^B$$

avec : Hp ,Hp=H_G charge Hydraulique de la pompe de l'écoulement du fluide parfait
H_{PFR} charge Hydraulique de la pompe de l'écoulement du fluide réel
ΔH_A^B= perte de charge totale =ΔH_A^Pperte à l'aspiration
$+\Delta H_P^B$ perte au refoulement

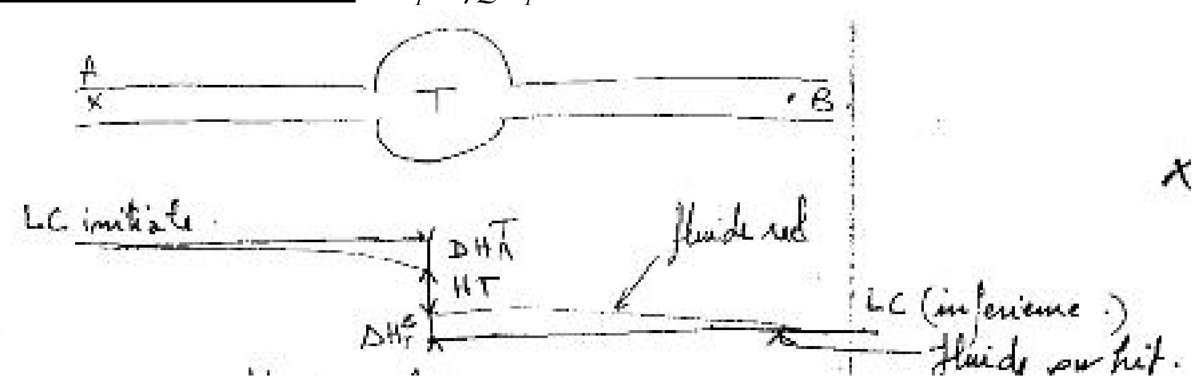
en cas de fluide parfait : il n'y a pas de perte de charge ΔH=0

donc : $Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2}{2g} + Hp = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2}{2g}$ et $H_A + H_P = H_B$

II- 2 Turbines

Ce sont des moteurs rotatifs qui convertit une partie de la charge du fluide et la transforme en énergie mécanique (ex→ électricité) c'est le contraire des pompes ; le niveau de la ligne de charge diminue.

<u>*** Puissance de la turbine**</u> $P_T = \gamma Q H_T$



pour un fluide réel la charge H_T diminue

$H_A = H_B + H_T + \Delta H_A^B$

Pour un fluide parfait $\Delta H_A^B = 0$

Chapitre V – Pertes de charges

-Introduction

Les pertes de charges sont des pertes d'énergie des particules fluides qui varient d'un régime à l'autre.
- pour un régime laminaire, ces pertes sont occasionnées par les forces de viscosité. (possibilité d'évaluation exacte de la quantité d'énergie perdue.
- En régime turbulent du fit de l'agitation continue des particules ces pertes sont dûes à la viscosité d'une part à cette agitation turbulente d'autre part. (il est impossible de déterminer théoriquement la quantité d'énergie dissipée).
Les pertes de charge sont divisées en deux catégories :

- les pertes de charges linéaires (liée à la langueur de la conduite)
- les pertes de charges singulière (liée à la géométrie de la conduite)

I- Pertes de charge linéaire
1) définition

Ce sont les pertes proportionnelles à la longueur de la conduite leur dimension est homogène à une longueur et notées $\triangle H_L$.

$\Delta H_L = \lambda \dfrac{L}{D}\dfrac{\vartheta^2}{2g}$ [ml] pertes de charges linéaires

avec : λ : coefficient de perte de charge déterminé expérimentalement il dépend de : $\lambda = f(\mathrm{Re}, \dfrac{\varepsilon}{D})$

Re : nombre de renolds

$\dfrac{\varepsilon}{D}$: viscosité relative de la conduite (détermine l'état de la paroi de la conduite)

ε : hauteur moyenne des aspérités de la paroi (paramètre lié au matériaux de fabrications de la conduite)

D diamètre de la paroi

Si D ↗ $\Rightarrow \dfrac{\varepsilon}{D}$ paroi lisse

$$\mathrm{Re} = \frac{\vartheta L}{\nu}$$

2- Pertes de charge linéaire et régime de l'écoulement

a- **Ecoulement luminaire** :

$\mathrm{Re} < 2400$ $\qquad \lambda = \dfrac{64}{\mathrm{Re}}$

b- turbulent lisse

$4000 < \mathrm{Re} < \dfrac{33}{\varepsilon/D}$; $\lambda = \dfrac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{1/4}}$; $\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0{,}86 Ln(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}) - 0{,}8$

c- Turbulent de transition

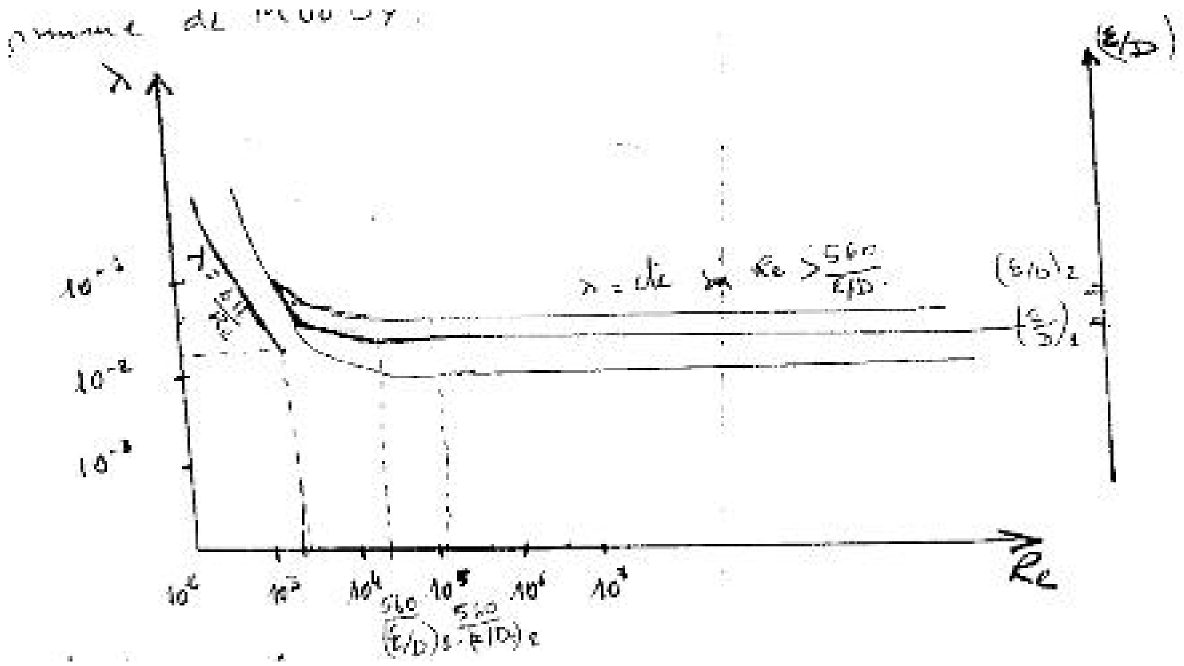
$$\frac{23}{\varepsilon/D} \langle \mathrm{Re} \langle \frac{560}{\varepsilon/D} \qquad \lambda = 0{,}86 Ln[\frac{\varepsilon/D}{3{,}70} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}] \quad ;$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}8 Log \frac{\mathrm{Re}}{7 + \mathrm{Re}\dfrac{\varepsilon}{10D}}$$

c- turbulent riguaux

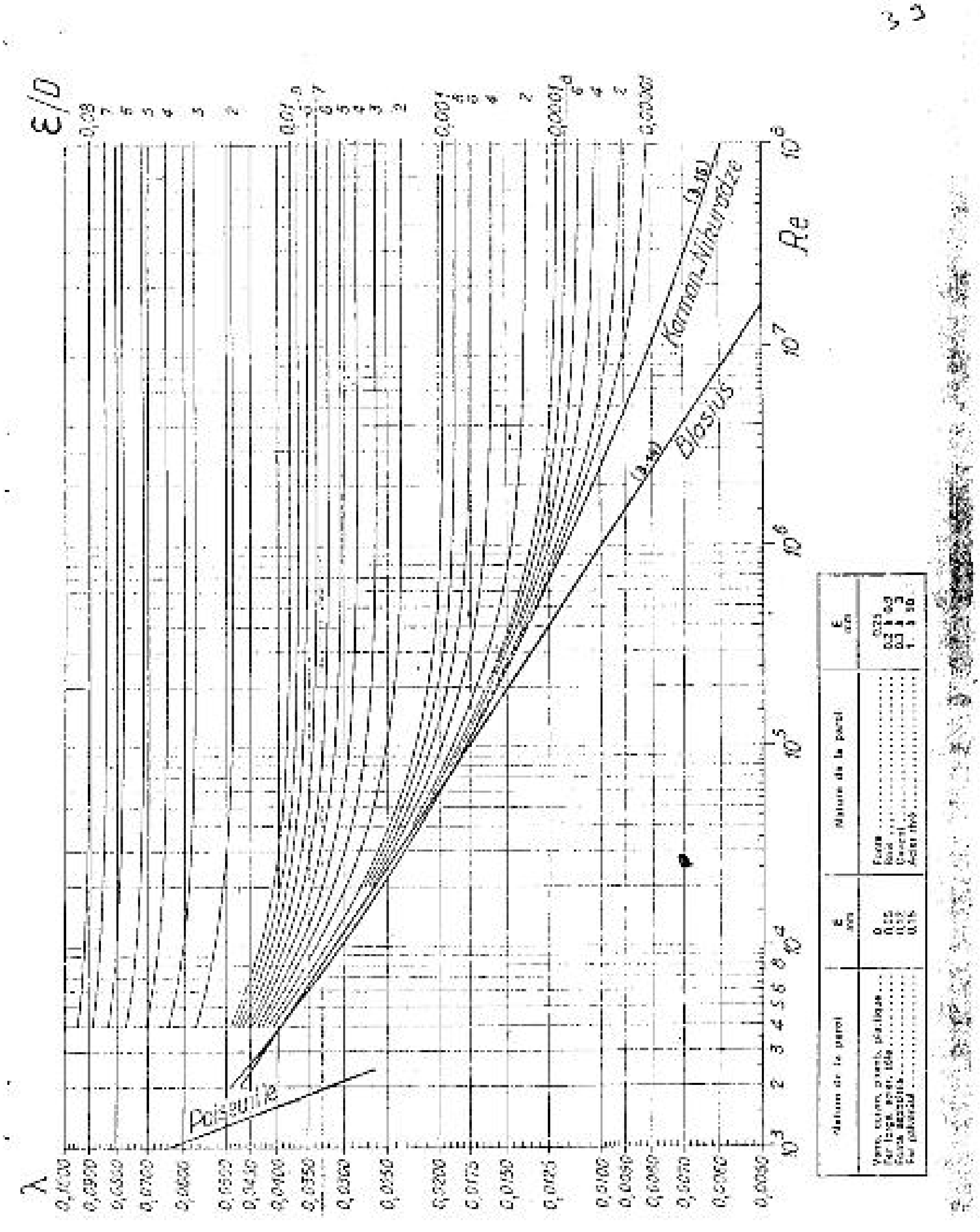
$$\mathrm{Re} \rangle \frac{560}{\varepsilon/D} \qquad \lambda = \frac{1}{[0{,}86 Ln \dfrac{\varepsilon/D}{3{,}70}]^2}$$

3-Diagramme de Moody



4-Gradient hydraulique

on appelle gradient hydraulique et on le note $J = \frac{\Delta H}{L}$, perte de charge par unité de longueur (m/km de longueur de conduite)



4- **Formule de perte de charge pour différents types de conduite**

5-a Formule de SCIMENI

Utilisée spécialement par les tuyaux en ciment et en fibrociment

$J = \frac{\Delta H_L}{L} = [\frac{Q}{48,3} D^{-2,68}]^{\frac{1}{0,56}}$ en DIMATIT

5-b Formule pour les tuyaux en PVC(plastique)

$J = 0,000831 Q^{1,75} D^{-4,75}$

5-c Formule de CHEZY pour les tuyaux en foute

$\vartheta = c\sqrt{\frac{D * J}{4}}$ ϑ : Vitesse moyenne

C : 100 tuyaux en fonte lisse

C : 40 tuyaux en fonte rigneuse

5- d Formule de DARCY 0.05 < D <0.5m

tuyaux en fonte service

$\frac{DJ}{4} = (\alpha + \frac{\beta}{D})\vartheta^2$ avec $\alpha = 0.000507$

$\beta = 0.00001294$

$J = \frac{\Delta H_L}{L}$

5-e Formule de STRICKLER écoulement à surface libre

R_H = Rayon hydraulique
S = Section mouillée
K = coefficient de perte de charge
K= 50 pour une paroi rigneuse
K = 100 pour une paroi lisse

$$\boxed{Q = KR_H^{2/3} J^{1/2} s}$$

$$\boxed{R_H = \frac{s}{p} = \frac{\sec tionmuruillé}{pe\,\text{int}\,uremuruillé}}$$

II Perte de charge singulière

1) **Définition** Ce sont des pertes d'énergie engendrées par des changements de section (élargissement, rétrécissement), des changements de direction (coudes à différents profils,Tès …) ou par des appareils d'obturation (feglage de débit, Vannes , robinets ...) ou les notes ΔH_S.

$$\Delta H_S = K\frac{\vartheta^2}{2g}$$ en [m] avec K coefficient de pertes de charge singulière

= ms* ($\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$)

2) coefficient de perte de charge singulière Ks

2-a- Cas d'élargissement puisque

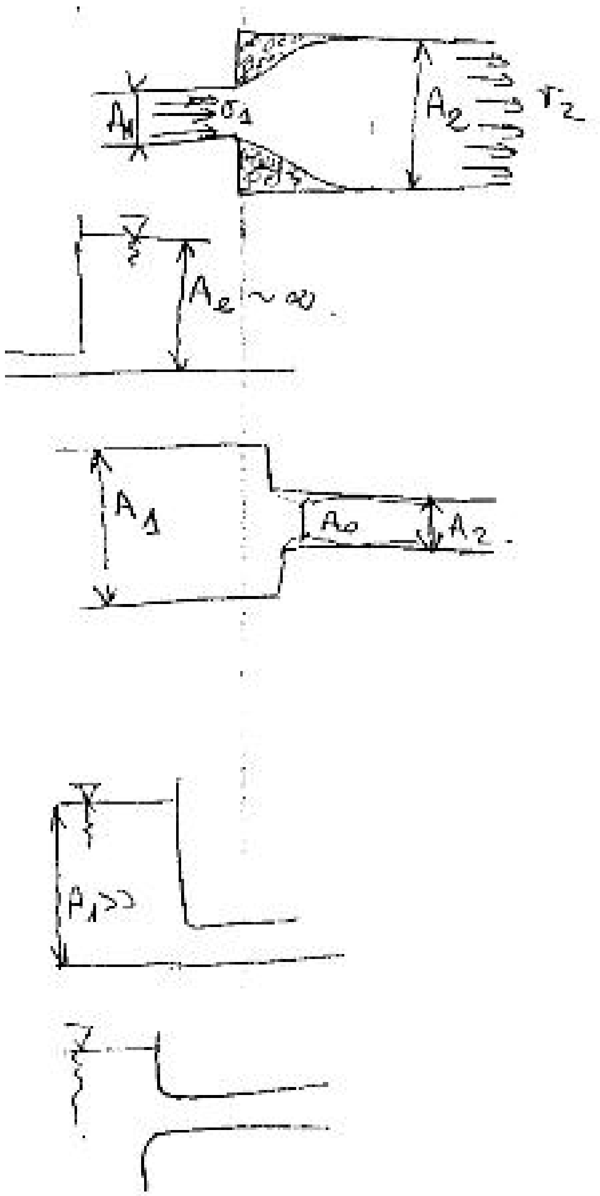
$$K = (1 - \frac{A_1}{A_2}) + \frac{1}{g}$$

2-b- Cas d'élargissement infini

K= 1

2-c- Cas retrississement

$$K = \left(\frac{1}{C_C} - 1\right)^2$$



C_C : coefficient de contraction

$$C_C = f\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

Cas particulier A_1 ⟩⟩

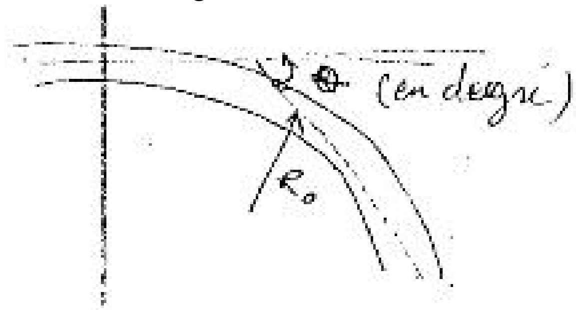
retroussement à bord vif :

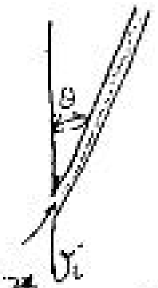
K= 0.5

retroussement à bord arrondi

K= 0.05

2-d- Cas de changement de direction :

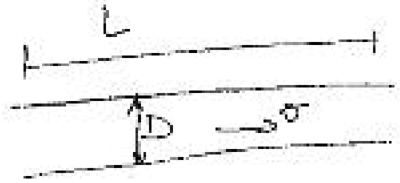




$v_i = \max v_i$

$\Delta H_1^2 = \Sigma \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g} + \Sigma K_i \frac{v_i^2}{2g}$

elles sont additives



- cas de coude arrondi

$$K = [0{,}13 + 1{,}85(\frac{D}{2R\theta})^{7/2}]\theta$$

θ : angle en degré

R_O : rayon de la combue.

- cas de coude à angle vif

$$K = \sin^2(\frac{\theta}{2}) + \sin^4(\frac{\theta}{2})$$

- avec raccord cylindrique oblique

$$\Delta \mathrm{H} = \mathrm{K}(\theta)\frac{\vartheta^2}{2g}$$

$$\mathrm{K}(\theta) = 0{,}5 + 0{,}3\cos\theta + 0{,}2\cos^2\theta$$

O	20°	45°	60°	80°	90°
K	0.96	0.81	0.70	0.56	0.5

Conclusion: Perte de charge totale Bernoulli

III- Réseaux de conduite

1-

$$\Delta \mathrm{H}_L = \lambda\frac{L}{D}\frac{\vartheta^2}{2g} \qquad \text{or} \qquad \vartheta = \frac{4Q}{\pi^2 D^2}$$

d'ou $\Delta \mathrm{H}_L = \dfrac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5}Q^2$

$\Delta \mathrm{H}_L = rQ^2$ avec $r = \dfrac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5}$ r :résiste de la conduite

r :dépend de la vitesse sauf dans le cas ou l'écoulement est turbulent rugueuse ($\lambda = f(\frac{\varepsilon}{D})$ et $\mathrm{Re} \rangle \dfrac{560}{\varepsilon/D}$), la résistance dans ce cas <u>devient constante</u> .

2- Longueur équivalent

Définition : C'est la longueur d'une conduite de même diamètre que le diamètre de l'appareil et qui introduirait une perte de charge linéaire égale à celle introduite singulièrement par l'organe

$\Delta \mathrm{H}_S = \mathrm{K}\dfrac{\vartheta^2}{2g} = \lambda\dfrac{le}{D}\dfrac{\vartheta^2}{2g}$ avec : le = longueur équivalente

<u>Exemple</u> cas d'une vanne $le = \dfrac{\mathrm{K}D}{\lambda}$

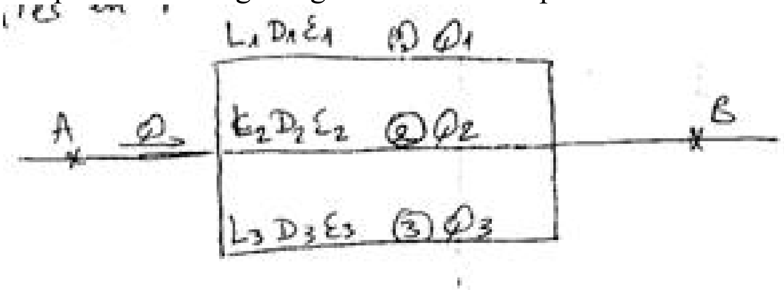
$$\Delta \mathrm{H} = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5}Q^2 + \frac{K\vartheta^2}{2g} = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5}Q^2 + \frac{8K}{g\pi^2 D^4}Q^2$$

$$= (\frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} + \frac{8\mathrm{K}}{g\pi^2 D^4})Q^2 = (\frac{8\lambda L}{g\pi^2 D^5} + \frac{8\lambda le}{g\pi^2 D^5})Q^2$$

$\Delta \mathrm{H} = \dfrac{8\lambda(L + le)}{g\pi^2 D^5}Q^2$ perte de charge totale

$\Delta H = rQ^2$ avec $, r = \dfrac{8\lambda}{g\pi^2 D^5}(L + le)$

le étant bien entendu la longueur équivalente introduite par des pertes de charge linéaire égale aux pertes de charge singulière introduite par la vanne



2- Réseaux de conduite en pa

$$B_A^B : C_1 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_1}$$

$$C_2 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_2} \qquad \Rightarrow (\Delta H_A^B)_1 = (\Delta H_A^B)_2 = (\Delta H_A^B)_3$$

$$C_3 : H_A = H_B + (\Delta H_A^B)_{C_3}$$

C'est la loi de Kirchoff : La perte de charge est indépendante de chemin suivi (loi des maille).

<u>Loi des mailles</u>

$\triangle H_1 = \triangle H_2 = \triangle H_3$ 1

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ 2 conservation de la masse

loi des nœuds : ΣQ arrivants = ΣQ repartant

<u>Problème posé</u> Données : Q, L,D, Σ on demande de terminer les

$$1 \Rightarrow r_1Q_1^2 = r_2Q_2^2 = r_3Q_3^2 \Rightarrow \sqrt{r_1}Q_1 = \sqrt{r_2}Q_2 = \sqrt{r_3}Q_3$$

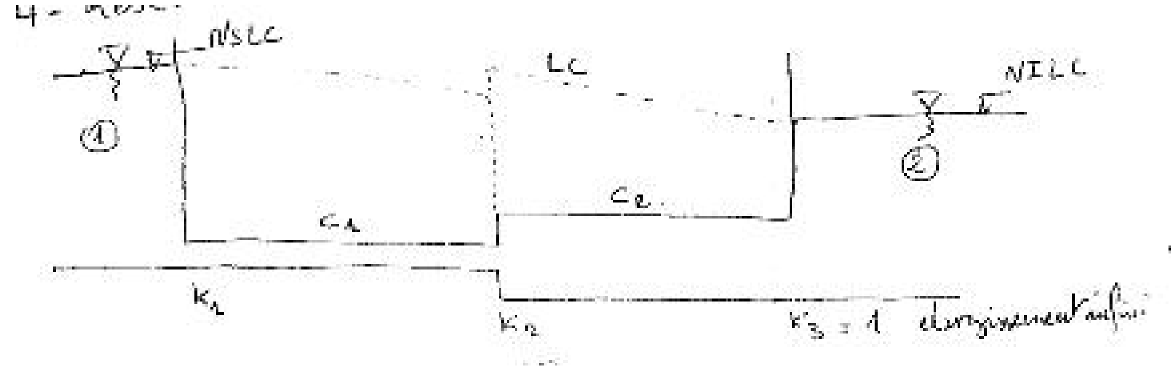
$$\Rightarrow \frac{Q_1}{\frac{1}{\sqrt{r_1}}} = \frac{Q_2}{\frac{1}{\sqrt{r_2}}} = \frac{Q_3}{\frac{1}{\sqrt{r_3}}} = \frac{Q}{\frac{1}{\sum \frac{1}{\sqrt{ri}}}}$$

d'ou : le débit de la conduite m est déterminer par :

avec : m : indice de la conduite considérée
n : nombre totale des conduites en parallèle
Q : débit arrivant
Qm : débit de la conduite d'indice m

$r = f(\lambda)$; $\lambda = f(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{D})$; $\mathrm{Re} = f(\vartheta)$

4- Réseaux de conduites en série



Application de Bernoulli entre les réservoirs 1 et 2

$z_1 + 0 + 0 = z_2 + 0 + 0 + \Delta H_1^2 \Rightarrow \Delta H_1^2 = z_1 - z_2 = H$ charge Hydraulique

$\Delta H_1^2 = H = (\lambda_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{\vartheta_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{\vartheta_2^2}{2g})^{\Delta H_L}$ pertes de charge limerire

$\oplus (K_1 \frac{\vartheta_1^2}{2g} + K_2 \frac{\vartheta_1^2}{2g} + K_3 \frac{\vartheta_2^2}{2g})^{\Delta H_S}$ pertes de charge singulière on prend le vi max.

- conservation du débit volumique

$\vartheta_1 D_1^2 = \vartheta_2 D_2^2 \Rightarrow \vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{D_1^2}{D_2^2}$

$$\Rightarrow \Delta H_1^2 = (K_1 + K_2 + K_3 \frac{D_1^4}{D_2^4}) \frac{\vartheta_1^2}{2g}$$

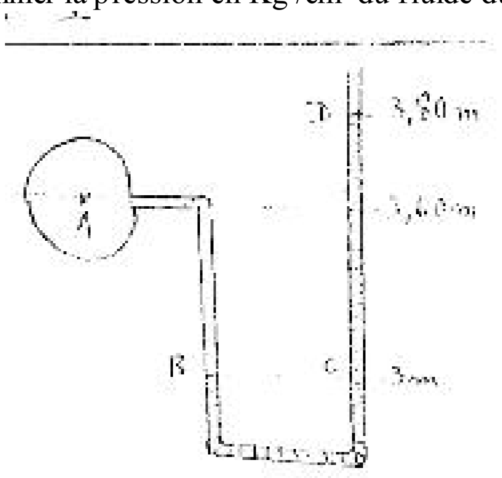
D'où $$\Delta H_1^2 = H = [A + B\lambda_1 + C\lambda_2] \frac{\vartheta_1^2}{2g}$$

Module14: Connaissance de la mécanique des fluides

Guide de travaux pratiques

Exercice n°1

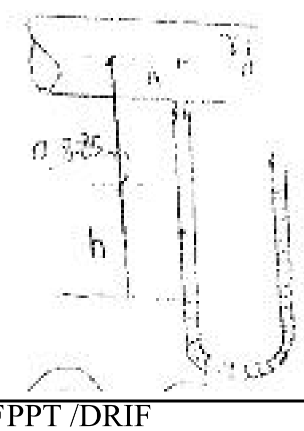
Déterminer la pression en Kg /cm^2 du fluide dans la conduite



liée à un manomètre à mercure indiquant les lectures de cote de pression présentées sur le schéma, sachant que la densité du mercure est S_{H_g} = 13.57 et que γ du fluide : γ = 10^4N/m^3

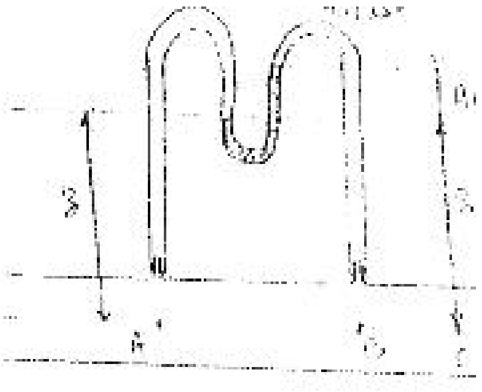
Exercice n°2

Déterminer la dénivelée h dans le manomètre sachant que la pression du fluide dans la conduite est de l'ordre de 1.40kg/cm^2 et la densité dans le manomètre est de 13.57, celle du fluide et de 0.750.



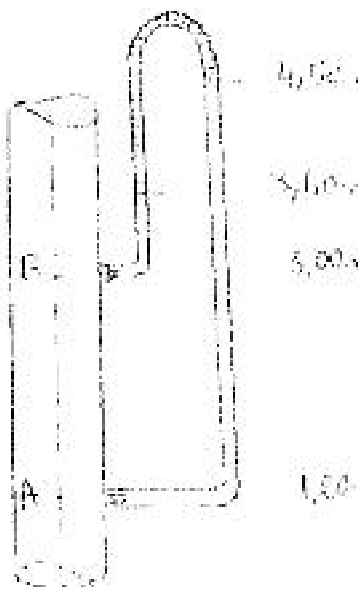
Exercice n°3

Sachant que la densité dans le manomètre est de 13.57 et suivant les cotes indiquées sur le schéma, calculer la différence de pression dans la conduite d'eau dont le poids volumique est de $10^4 N/m^3$.



Exercice n°4

Calculer la différence de pression entre les points A et B dans une
conduite contenant un fluide de densité 1.50 et suivant les cotes indiquées sur b fig
le schéma, étant donné que la densité du manomètre est 0.750.

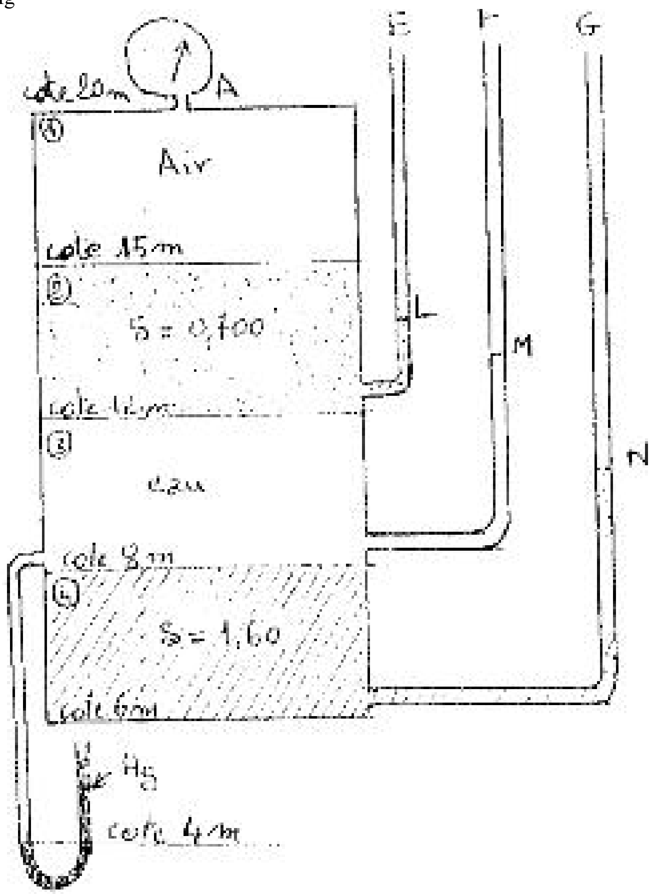


Exercice n°5

Pour un manomètre en A, la pression
P= -0.18 kg/m^{2}fig
Déterminer :

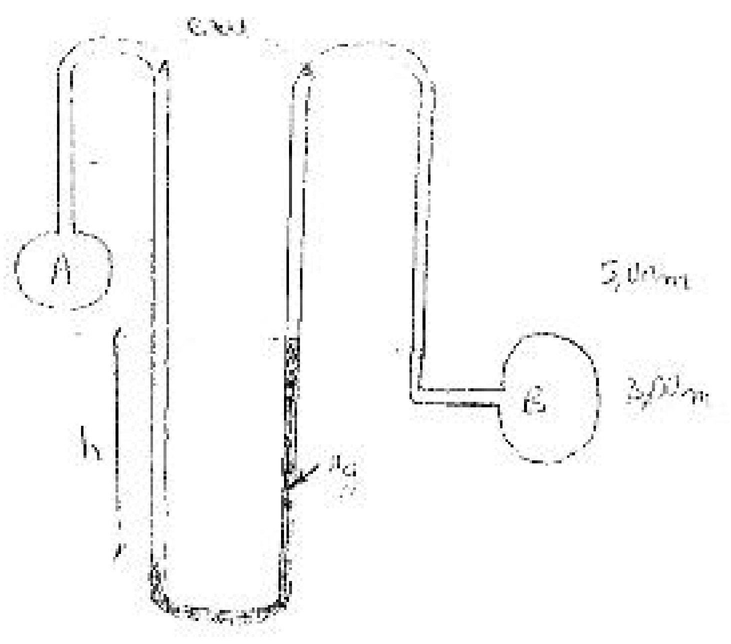
a) La hauteur des fluides dans les colonnes ouvertes E, F et G
b) la hauteur de mercure dans le manomètre en U

S_{Hg}= 13.57



Exercice n°6

Sachant que les pressions indiquées fig
par le manomètre différentiel en A et B
sont respectivement 2.80 kg/cm^2 et 1,40Kg/cm² ,Déterminer la dénivelée h.



Exercice n°7

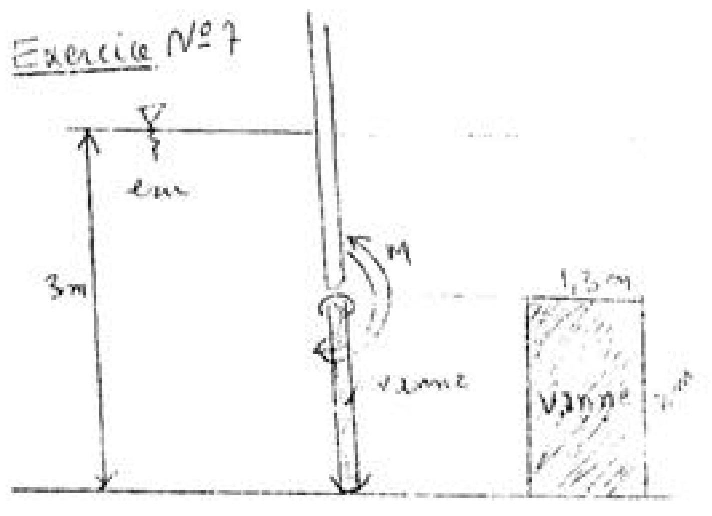
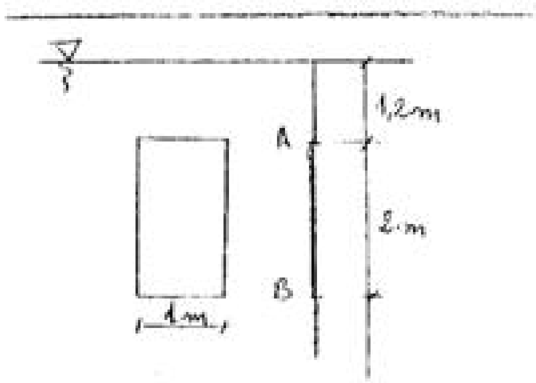
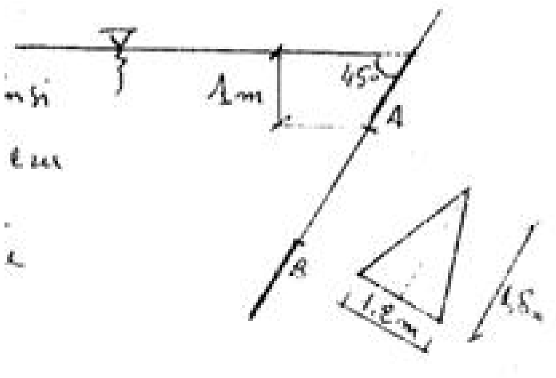


fig calculer le moment M pour que la vanne ne bouge pas

Exercice n°8

Déterminer la résultante de la force de pression





fig

ainsi que la position du centre de pression
exercée par l'eau sur la vanne rectangulaire
indiquée par la figue ci contre, sachant que $\gamma_{exr} = 10^4 N/m^3$

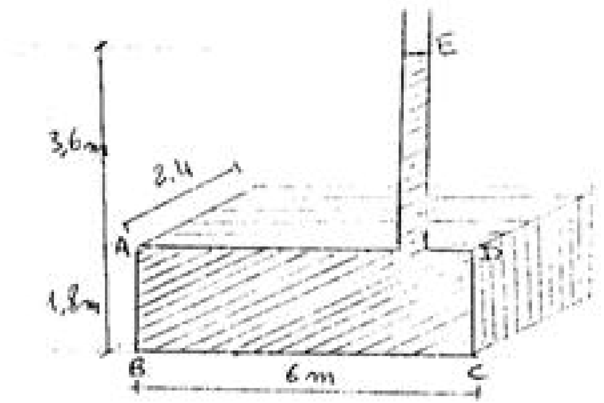
Exercice n°9

Déterminer la résultante de la force de pression ainsi que
la position du centre de pression exercée par l'eau sur une fig
vanne triangulaire située sur un plan incliné de
45° par rapport au plan de la surface libre comme indiqué sur le schéma.

Exercice n°10

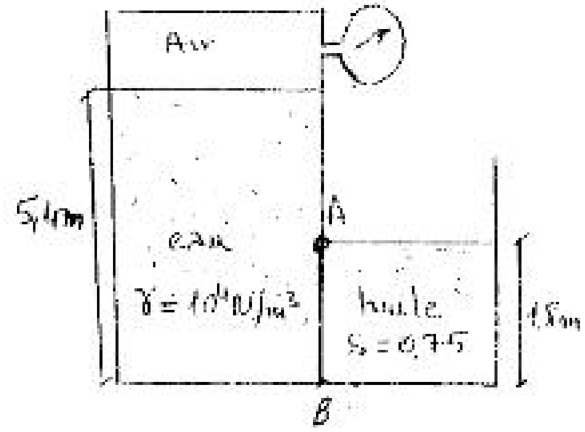
Soit un réservoir parallélépipédique fig
contenant de l'eau et liée sur la face de supérieur à ciel ouvert
de section $0.10m^2$. Les autres dimensions sont indiquées sur la figme

1) Déterminer la résultante de force
de pression sur les paries verticales du réservoir ainsi que la position de son centre de pression .
2) même question que N°1 mais sur les proies horizontales du réservoir.
3) comparer le poids total de l'eau avec la résultante de la force de pression sur le fond.



Exercice n°11

Sachant que la pression de l'air indiquée par le manomètre est –0.15 kg/cm^2 et la section de la vanne AB est 1.2 *1.8 fig
Étant donnée que la vanne peut pivoter autour de A
calculer la force F en B pour que la vanne reste en équilibre

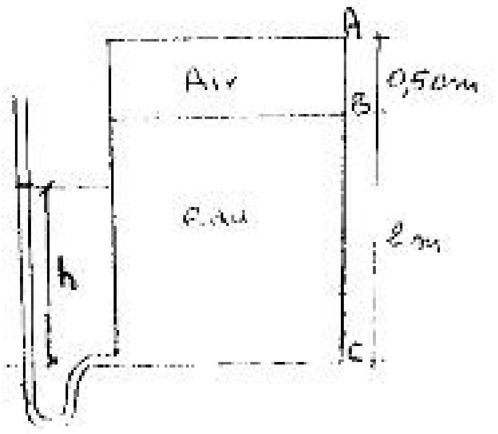


contrôle N°1

Documents : Autorisés Durée : 1 heure

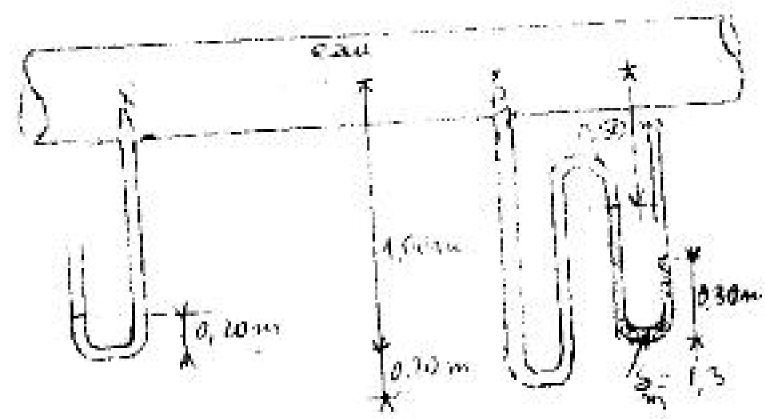
Exercice N°1

Sachant que le poids volumique de l'eau fig
est γ = 10^{4}N/m^3
1) Pour h = 1.5m
a) déterminer la pression de l'air.
c) Tracer l'épure de variation de la pression sur la paroi ABC.
2) Calculer h pour que la pression soit nulle au contact de l'air.



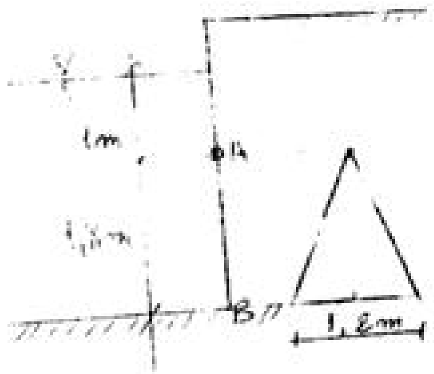
Exercice N°2

a) Calculer la pression en A et B fig
en déduire P(A) –P(B)
b) déterminer la dénivelée dans le manomètre lié à la conduite en B pour que P(B) > P(A)



Exercice N°3

Déterminer la résultante de la force fig
de pression ainsi que le centre de pression
exercée par l'eau sur la vanne triangulaire du
barrage ci contre.



Exercice N°4

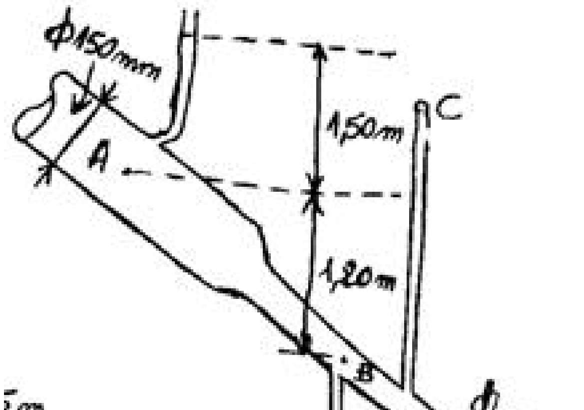
On considère un fluide de viscosité nulle :

a) donner la valeur de la contrainte de cisaillement
b) déterminer la direction de la pression dans ce fluide, en conclue

T D N°- II
MÉCANIQUE DE FLUIDES

Exercice N°1

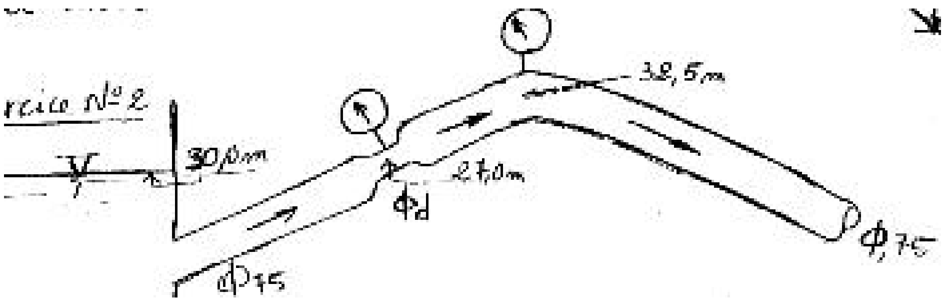
Si de l'huile (S = 0.80) s'écoule dans la conduite fig
de la figure à la vitesse moyenne ϑ = 2.5 m/s
ou se situerait le niveau de l'huile dans le tube ouvert C ?



Exercice N°2

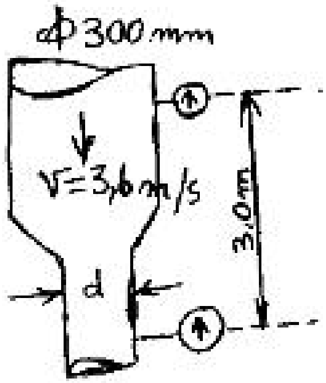
fig

Si chaque manomètre indique la même lecture pour un débit 30 l/s
quel est alors le diamètre de la section rétrécie.
calculer alors cette pression.



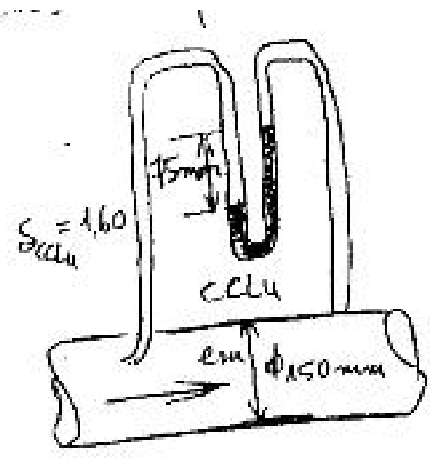
Exercice N°3

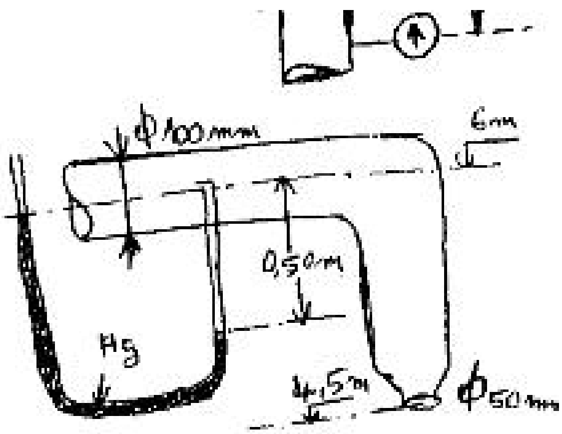
Calculer le diamètre d requis pour que fig
les deux manomètres indiquent la même lecture.



Exercice N°4

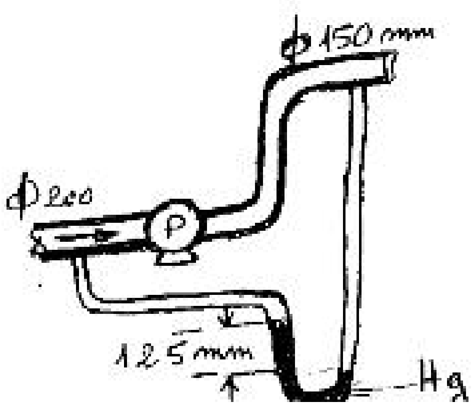
Calculer le débit dans les conduites ci contre : fig fig





Exercice N°5

Quelle est la puissance de la pompe
pour un débit de 100l/s ? fig


ϕ150 mm
ϕ200
P
125 mm
Hg

TRAVAUX DIRIGES N° III
MÉCANIQUE DE FLUIDES

Exercice N°1

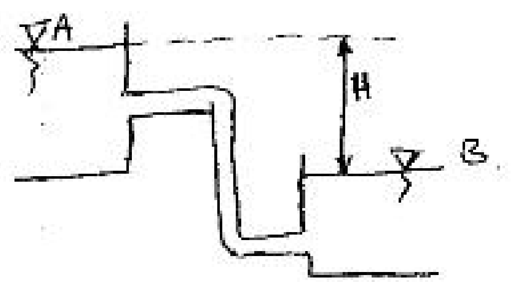
On considère une conduite de longueur 1000m et de diamètre 30 cm parcourus par un fluide dont la vitesse est 1.5m/s et dans la viscosité cinématique $\nu = 1.13\ 10^{-6} m^2/s$.
Déterminer la valeur des pertes de charge linéaire sachant que $\varepsilon = 0.24$ mm. Même question si $\nu = 4.42\ 10^{-6} m^2/s$.

Exercice N°2

on considère un circuit hydraulique :
Le pertes de charge singulières : fig
$K_1 = 0.5$ à la sortie du réservoir A
$K_2 = 0.75$ dans chaque canal
$K_3 = 1$ à l'entrée du réservoir B.

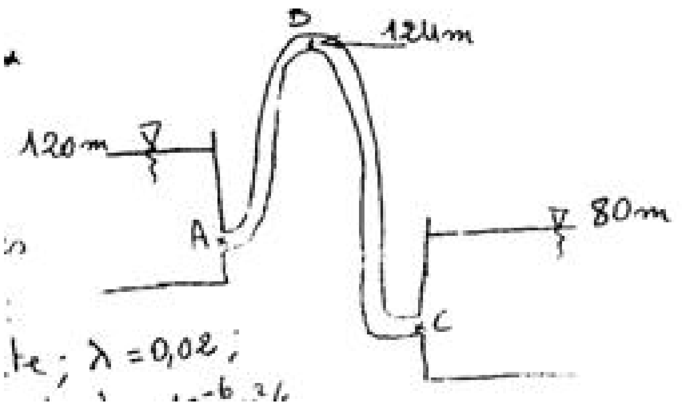
Les pertes de charge linéaire sont données par la formule $\vartheta = 40\sqrt{\frac{DJ}{4}}$

1) calculer le débit Q transité de la conduite
2) Que devient ce débit si la perte de charge totale devient 2H
AN : L= 400m; D = 1m H= 46m
3) Déterminer λ
4) déterminer la rugosité de la conduite



Exercice N°3

On considère la conduite ABC qui fig
relie deux réservoirs de grande dimension et qui sont ouverts à l'atmosphère, on néglige les pertes de charge singuliers. On donne :
D = 200 mm diamètre de la conduite ; $\lambda = 0.02$;
$L_{AB} = 25m$; $L_{BC} = 1475m$ et $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$
1) calculer le débit dans la conduite
2) vérifier s'il y a cavitation (condition de cavitation : Pabs < 0 ou Pr < - Patm
3) Quelle est la rugosité de la conduite

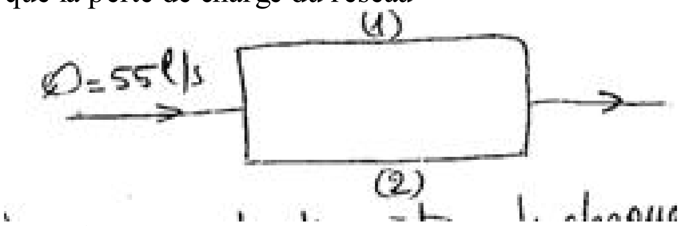


Exercice N°4

on considère le circuit hydraulique :
Les longueurs et diamètres de charge tronçon sont :

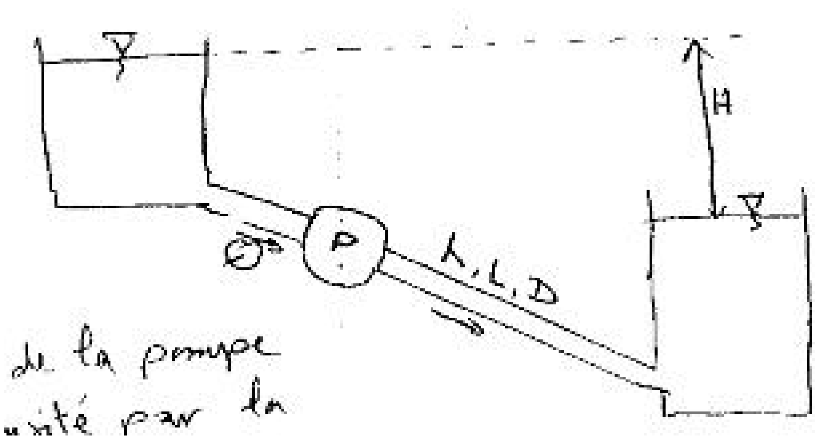
L1 = 450m D1 = 150mm
L2 = 500m D2 = 200mm

Les conduites sont en ciment
Sachant que le débit principal est 55l/s déterminer le débit transité par chaque conduite ; ainsi que la perte de charge du réseau



Exercice N°5

on considère le circuit hydraulique ci contre fig
Calculer la puissance de la pompe
Pour que le débit transité par la conduite augmente au double ?



Mécanique de fluides

TDN°II

Exercice I

$$B_A^B \Rightarrow Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2}{2g}$$

$$\Rightarrow Z_B = 0; Z_A 1{,}20m; \frac{p_b}{\gamma} = 1{,}50m \vartheta_A = 2{,}5m/s$$

On doit calculer $\frac{p_B}{\gamma} et \frac{\vartheta_B^2}{2g}$

Le fluide est parfait m compressible avec un écoulement permanent $\Rightarrow$conservation du débit

$$Q = \vartheta_A A_A = \vartheta_B A_B \Rightarrow \vartheta_B = \vartheta_A \frac{A_A}{A_B} = \vartheta_A (\frac{150}{75})^2$$

$$\Rightarrow \vartheta_B = 4\vartheta_A$$

B_A^B nous donne alors :

$$\frac{P_B}{\gamma} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2 - \vartheta_B^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2 - 16\vartheta_A^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} - \frac{15V_A^2}{2g}$$

D'où : $\frac{P_B}{\gamma} = 1{,}20 + 1{,}5 - \frac{15 + 2{,}5^2}{2 \times 9{,}81}$ $\qquad \frac{P_B}{\gamma} = -2{,}07 mcdexr$

Exercice N°2 :

Calcule de deamétre d

$$B_{(1)}^{(2)} \Rightarrow z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\vartheta_2^2}{2g} (1)$$

On prends la PHR à la cote 27,0m $\Rightarrow$ z_1=0 et z_2=5,5m le manomètre indique la même lecture en (1) et (2) $\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma}$ conservation du débit : $\Rightarrow \vartheta_1 d^2 \frac{\pi}{4} = \vartheta_2 \frac{\pi}{4} D^2 \Rightarrow v_1 = (\frac{D}{d})^2 \vartheta_2$ devient alors :

$$z_1 = z_2 + \frac{\vartheta_2^2}{2g}(1 - \frac{D^4}{d^4}) \Rightarrow (\frac{D}{d})^4 = 1 + \frac{2g(z_2 - z_1)}{\vartheta_2^2} \Rightarrow (\frac{D}{d})^4 = 1 + \frac{2g(z_2 - z_1)}{Q^2 \big/ (\frac{\pi}{4} D^2)^2} \Rightarrow d = 33{,}5mm$$

Calcule de la pression

$$B_{sm/ace}^{(2)} libre \Rightarrow z_{SL} + 0 + 0 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\vartheta_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma} = z_{SL} - z_2 - \frac{\vartheta_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = 30 - 32{,}5 - \frac{16Q^2}{2\pi^2 D^4 g} = -2{,}5 - \frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g} \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma} = -4{,}85 mcE$$

Exercice N°3 :

$$B_1^2 \Rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\vartheta_2^2}{2g}; p_1 = p_2; z_1 = 0 et z_2 = 3m$$

$$\Rightarrow \frac{\vartheta_1^2}{2g} = 3 + \frac{\vartheta_2^2}{2g} \Rightarrow \vartheta_1 = \sqrt{6g + \vartheta_2^2}$$

$$\Rightarrow \vartheta_1 = \sqrt{6 \times 9{,}81 + 3{,}6^2} \Rightarrow \vartheta_1 = 8{,}47 m/s$$

Conscrration de la masse

$$\Rightarrow \vartheta_1 A_1 = \vartheta_2 A_2 \Rightarrow \vartheta_1 d_1^2 = \vartheta_2 D_2^2 \Rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{v_1}{\vartheta_2}} \Rightarrow d_1 = 195mm$$

Exercice N° 4

H=0 pour les différents points de la conduite

$$0 + \frac{p}{\gamma} + \frac{\vartheta^2}{2g} = 0 \quad \text{or :} \begin{cases} \frac{p}{\gamma} = 0{,}75(1-\delta) \\ \vartheta = \frac{4Q}{\pi D^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0{,}75(1-\delta) + \frac{16Q^2}{2g\pi^2 D^4} = 0$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{0{,}75 \times 0{,}6}{810^{+3}} g\pi^2 (0{,}15)^4} \Rightarrow Q = 0{,}0016 m^3/s \Rightarrow Q = 16l$$

$$B_A^B \Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2}{2g}$$

Z_A=1,5m $\quad$ Z_B=0 $\quad$ P_B=0

$$\frac{p_A}{\gamma} = 0{,}5(\delta - 1) = 0{,}5 \times 12{,}57 = 6{,}27mcE$$

D'où : $\frac{v_B^2 - \vartheta_A^2}{2g} = 6{,}27 + 1{,}5 = 7{,}77m$

$$v_A D_A^2 = v_B D_B^2 \Rightarrow \vartheta_B = 4\vartheta_a$$

$$\Rightarrow \frac{16Q^2}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{D_B^4} - \frac{1}{D_A^4}\right) = 7{,}77m \Rightarrow Q = \left[\frac{7{,}77 g\pi^2}{8} / \left[\left(\frac{1}{0{,}05}\right)^4 - \left(\frac{1}{0{,}1}\right)^4\right]\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = 0{,}025 m^3/s \Rightarrow Q = 25 l/s$$

Exercice N° 5 :

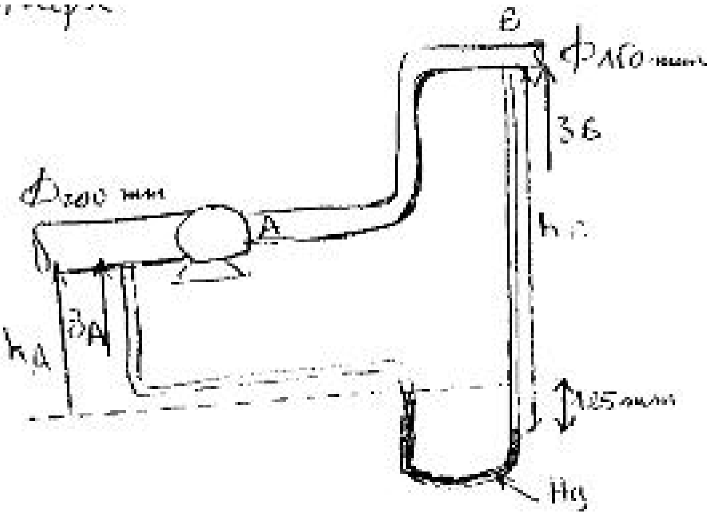
Q=100l/s

Calcule de la puissance de la pompe $p_\rho = \gamma Q Hp$ on détermine H_P : $H_A + H_P = H_B \Rightarrow$

$H_P = H_B - H_A$

$$= z_B - z_A + \frac{P_B - P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2 - \vartheta_A^2}{2g}$$

Z_B-Z_A=h_B-(h_A+0 ,125) Energie de position



=h_B-h_A-0 ,125 inconnue

$$p_A + \gamma(h_A + 0{,}125\delta - h_B) = p_B$$

D'où : $\dfrac{p_B - p_A}{\gamma} = h_A - h_B + 0{,}125\delta$

$$\Leftrightarrow \frac{p_B - p_A}{\gamma} = -(h_B - h_A - 0{,}125) - 0{,}125 + 0{,}125\delta$$

$$= -(z_B - z_A) + 0{,}125(\delta - 1)$$

$$\Leftrightarrow z_B - z_A + \frac{P_B - P_A}{\gamma} = 0{,}125(\delta - 1)$$

$$z_B - z_A + \frac{P_B - P_A}{\gamma} = 1{,}57\,mcE$$

$$\vartheta = \frac{4Q}{D^2\pi} \Rightarrow \frac{\vartheta_B^2 - \vartheta_A^2}{2g} = \frac{16Q^2}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{D_B^4} - \frac{1}{D_A^4}\right) = \frac{16 \times 0{,}1^2}{2 \times 9{,}81\pi^2}\left(\frac{1}{0{,}15^4} - \frac{1}{0{,}2^4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\vartheta_B^2 - \vartheta_A^2}{2g} = 1{,}116m$$

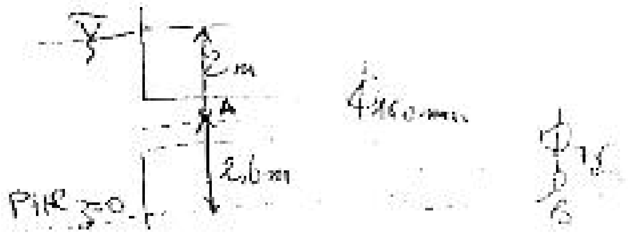
D'où : Hp=2,69m

$p_p = 10^4 \times 0{,}100 \times 2{,}69$ $\quad\Rightarrow p_p = 2{,}6910^3\, J/s$

Exercice N°6 :

$$B_A^{SL} \Rightarrow Z_{SL} + 0 + 0 = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{\vartheta_A^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = z_{SL} - z_A - \frac{\vartheta_A^2}{2g} (1)$$



$$B_B^{SL} \Rightarrow Z_{SL} + 0 + 0 = Z_B^0 + \frac{P_B^0}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{\vartheta_B^2}{2g} = z_{SL} (2)$$

Or $\quad v_A \times \frac{\pi D^2}{4} = v_B \times \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow v_B = v_B \frac{D^2}{d^2} = 4v_A$

$$\frac{v_A^2}{2g} = \frac{z_{SL}}{16}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = z_{SL} - z_A - \frac{z_{SL}}{16} = 2 - \frac{4,6}{16} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = 1,71 mcE$$

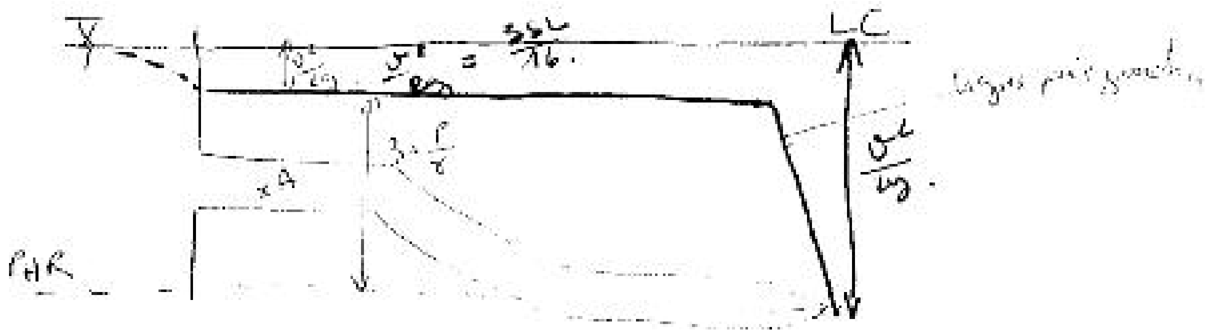
Système sans convergent

$V_A=V_B$ $\qquad \frac{P_A}{\gamma} = z_{SL} - z_A - \frac{\vartheta_A^2}{2g}; \frac{\vartheta_B^2}{2g} = z_{SL} = \frac{\vartheta_A^2}{2g}$

(2)et (1) $\Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} = 4,6 - 2,6 - 4,6$

$\frac{P_A}{\gamma} = -2,6 mcE$ la pression est négative et l'aire peut entrer dans la conduite si elle est périe

tracés les lignes (de charge et prezomeutrique



Mécanique de fluides travaux DIRIGES

Exercice N° 1

$P_A + 0,6\gamma - 0,8\gamma_{Hg} = P_D = P_{atl} = 0$ $\gamma_{Hg} = \rho_{Hg} g = (\rho_c \delta_{Hg}) g = \gamma_0 \delta_{Hg}$

D'où : $P_A = 0,8\gamma Hg - 0,6\gamma_0 = \gamma_0 (0,8\delta_{Hg} - 0,6)$

AN°= $P_A = 10^4 N/m^3 [0,8 \times 13,57 - 0,6] = 10,2610^4 N/m^2$

P_A=1,026kg/cm²

Exercice N°2 :

P_A=1,40kg/cm² $\delta_A = 0,750$ $\delta_{Hg} = 13,57$

$P_A + \gamma_A (h + 0,825) - \gamma_{Hg} h = 0$

$P_A + \gamma_A 0,825 - h(\gamma_{Hg} - \gamma_A) = 0$

$h = \dfrac{P_A + 0,825\gamma_0 \delta_A}{\gamma_0 (\delta_{Hg} - \delta_A)}$ AN $h = \dfrac{1,4010^4 + 0,82510^3 \times 0,75}{10^3 (13,57 - 0,75)}$

$h = \dfrac{14 + 0,825 \times 0,75}{12,82} \Rightarrow h = 1,14m$

Exercice N°3 :

$p_A - p_B = \gamma_z + 0,60\gamma_{Hg} - 0,60\gamma - \gamma_z = 0$

$p_A - p_B = 0,60\gamma_0 (\delta Hg - \delta) \Rightarrow AN : p_A - p_B = 0,6010^4 (13,57 - 1)$

P_A-P_B=7,5410^{4}N/m² ou P_A-P_B=0,75kg/cm²

Exercice N°4 :

$p_A - p_B = \gamma (4,50 - 1,20) - \gamma_m 0,90 - \gamma \times 0,60$

$p_A - p_B = 2,7\gamma - \gamma_m 0,90$

$p_A - p_B = \gamma_0 (2,7\delta - 0,90\delta m)$ $AN : p_A - p_B = 10^4 (2,7 \times 1,50 - 0,9 \times 0,75)$

P_A-P_B=3,3810^{4}N/m² ou P_A-P_B=0,338kg/cm²

TDN3

Exercice N°1 :

L=1000m $\phi = 30cm$ $\vartheta = 1{,}5m/s$ $\nu = 1{,}1310^{-6}\, m^2/s$

Pour $\nu = 1{,}1310^{-6}\, m^2/s$ $\varepsilon = 0{,}24mm$

$$\Delta \mathrm{H} = \lambda \frac{L}{D}\frac{\vartheta^2}{2g}$$

λ ? $\mathrm{Re} = \dfrac{\vartheta D}{\nu} = \dfrac{1{,}5 \times 0{,}369}{1{,}1310^{-6}} = 3{,}9810^5$

$$\varepsilon / D = \frac{0{,}24}{300} = 0{,}0008$$

$\lambda = 0{,}145$ $\Delta \mathrm{H} = 0{,}0145 \times \dfrac{1000}{0{,}30}\dfrac{1{,}5^2}{2 \times 9{,}81} = 5{,}54m$

Pour $\nu = 4{,}4210^{-6}\, m^2/s$

$$\mathrm{Re} = \frac{1{,}5 \times 0{,}30}{4{,}4210^{-6}} = 1{,}0210^5$$

$$\varepsilon/D = 0{,}0008$$

$$\lambda = 0{,}0170 \Rightarrow \Delta \mathrm{H} = 0{,}0170 \times \frac{1000}{0{,}30} \times \frac{1{,}5^2}{2 \times 9{,}81} = 6{,}5m$$

Plus la viscosité du fluide transité par la conduite argumente plus les pertes de charges augmente

Exercice N°2 :

1)- $B_A^B \Rightarrow Z_A + \dfrac{P_A^{\prime\prime 0}}{\gamma} + \dfrac{\vartheta_A^{2'0}}{2g} = Z_B + \dfrac{P_B^{\prime\prime 0}}{\gamma} + \dfrac{\vartheta_B^{2''0}}{2g} + K_1 \dfrac{\vartheta^2}{2g} + 2K_2 \dfrac{\vartheta^2}{2g} + K_3 \dfrac{\vartheta^2}{2g} + \Delta \mathrm{H}_{lmenre}$

$$Z_A - Z_B = H = (K_1 + 2K_2 + K_3)\frac{\vartheta^2}{2g} + \Delta \mathrm{H}_{lmenre} (1)$$

$$or \begin{cases} \vartheta = 40\sqrt{\dfrac{DJ}{4}} \\ J = \dfrac{\Delta \mathrm{H}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J = (\dfrac{\vartheta}{40})^2 \dfrac{4}{D} \\ \Delta \mathrm{H} = JL = \dfrac{L}{D}(\dfrac{\vartheta}{20})^2 \end{cases}$$

(1) devient $\mathrm{H} = \vartheta^2 [(K_1 + 2K_2 + K_3)\dfrac{1}{2g} + \dfrac{L}{D400}]$

$$\vartheta = [H / [(K_1 + 2K_2 + K_3)\frac{1}{2g} + \frac{L}{D400}]]^{\frac{1}{2}}$$

$$\vartheta = [46 / ((0{,}5 + 2 \times 0{,}75 + 1)\frac{1}{2 \times 9{,}81} + \frac{400}{1 \times 400})]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \vartheta = 6{,}32m/s$$

$$Q = \vartheta A = 6{,}32 \times \pi \frac{1^2}{4} \Rightarrow Q = 4{,}96m^3/s$$

2)- H'=2H

$\vartheta' = \sqrt{2}\vartheta = 6{,}32 \times \sqrt{2} \Rightarrow \vartheta' = 8{,}93$

Q'=7,01m^3/s

3)-calcul d λ :

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D}\frac{\vartheta^2}{2g} \Rightarrow or \Delta H = LJ = \frac{L}{D}(\frac{\vartheta}{20})^2 \Rightarrow \lambda = \frac{2g}{400} = 0{,}0490$$

Or $\quad H_A - H_B = DH = \vartheta^2[(K_1 + 2K_2 + K_3)\frac{1}{2g} + \frac{L}{D400}]$

D'où = $\lambda = [(K_1 + 2K_2 + K_3)\frac{1}{2g} + \frac{L}{D400}] \times \frac{D2g}{L}$

$$\lambda = [(K_1 + 2K_2 + K_3)\frac{D}{L} + \frac{g}{200}]$$

$$\lambda = [(0{,}5 + 1{,}5 + 1)\frac{1}{400} + \frac{9{,}81}{200}]$$

$$\lambda = 0{,}0566$$

4)-rigoxté

$$\mathrm{Re} = \frac{\vartheta D}{\nu} = \frac{6{,}32 \times 1}{10^{-6}} = 6{,}3210^6$$

$\lambda = 0{,}0566$

$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = 0{,}02 \Rightarrow \varepsilon = 20mm$

Exercise N°3:

D=200mm $\qquad \lambda = 0{,}02$

L_{AB}=25m $\qquad L_{BC}$=1475m et $\nu = 10^{-6} m^2/s$

1)- $\Delta H = \lambda \frac{L}{D}\frac{\vartheta^2}{2g} = H$

$$\Rightarrow \vartheta = (\frac{HD2g}{\lambda L})^{\frac{1}{2}} = [(\frac{120 - 80)0{,}20 \times 2 \times g.B1}{0{,}02 \times 1500}]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \nu = 2{,}29m/s$$

$$Q = \vartheta \times A = 2{,}29 \times \pi \times \frac{0{,}2^2}{4} = 0{,}0719 m^3/s \Rightarrow Q = 71{,}9 l/s$$

2)-on vérifie s'il y a cavitation $\Rightarrow$ la pression en γ

$$B^B_{SLA} B_{SLA} + \frac{P''^0_{SLA}}{\gamma} + \frac{\vartheta^{2''0}_{SLA}}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\vartheta_B^2}{2g} + \Delta H^B_{SL}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = z_{SLA} - z_B - \frac{\vartheta_B^2}{2g} - \lambda \frac{L_{AB}}{D}\frac{\vartheta_B^2}{2g}$$

$$= 120 - 124 - \frac{2{,}29^2}{2 \times 9{,}81} - 0{,}02 \times \frac{25}{0{,}2} \times \frac{2{,}29^2}{2g}$$

$$= -4 - 0{,}94 = -4{,}94 mcE$$

P_r<-P_{atm} $\qquad P_{atm}$=10mcE

$$\frac{P_r}{\gamma} = -4{,}94mcE\rangle - P_{at} = 10mcE$$

3)- $\quad \varepsilon$?

$$\mathrm{Re} = \frac{\vartheta D}{\nu} = \frac{2{,}29 \times 0{,}2}{10^{-6}} = 4{,}610^5$$

$\varepsilon / D = 0{,}001 \Rightarrow \varepsilon = 0{,}001D \Rightarrow \varepsilon = 0{,}2mm$

Exercice N°4 :

Q=Q_1+Q_2 (2) loi mailles kmchoff

$\Delta H_1 = \Delta H_2$ (1)

Conduite en ciment $\Rightarrow J = (\frac{Q}{48,3} D^{-2,68})^{\frac{1}{0,56}} = \frac{DH}{L}$

$$\Rightarrow \Delta H = (\frac{Q}{48,3} D^{-2,68})^{1/0,56} L$$

(1) $\Leftrightarrow (\frac{Q_1}{48,3} D_1^{-2,68})^{1/0,56} L_1 = (\frac{Q_2}{48,3} D_2^{-2,68})^{1/0,56} L_2$

(1) $\Leftrightarrow Q_1 = (\frac{L_2}{L_1})^{0,56} (\frac{D_2}{D_1})^{-2,68} Q \Rightarrow$

$$= (\frac{500}{450})^{0,56} (\frac{200}{150})^{-2,68} \Rightarrow Q_1 = 0,49 Q_2$$

(2) $\Rightarrow Q = 1,49 Q_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{Q}{1,49} + \frac{55}{1,49} \Rightarrow Q_2 = 36,9 l/s$

Q=18,09l/s

=18,1l/s

MDF TDI solutions

Exercice N°5 :

a)- cote des le coturnes dans les manomètres

P_A=-0,18kg/cm²

Cote L :

$$P_A = \gamma_2 (15-12) - \gamma_2 h_L = 0$$

$h_L = \frac{P_A + 3\gamma_2}{\gamma_2} = \frac{P_A + 3\gamma_e \delta_2}{\gamma_e \delta_2}$ AN $h_L = \frac{-0,1810^4 + 310^3 \times 0,700}{10^3 \times 0,700}$

$h_L = \frac{2,1-1,8}{0,7}$ $h_L = 0,43m$

Cote$_L$=12,0+0,43 cote L = 12,43m

Cote M: (calcul par rapport à surface de cote 8m)

$$P_A + (15-12)\gamma_2 + (12-8)\gamma_3 - \gamma_3 h_M = 0$$

$$h_M = \frac{P_A + 3\gamma_2 + 4\gamma_3}{\gamma_3} = \frac{P + 3\gamma_E \delta_2 + 4\gamma_0 \delta_3}{\gamma_0 \delta_3}$$

AN $h_M = \frac{-0,1810^4 + 310^3 \times 0,7 + 4\times 10^3}{10^3} = 6,1$

$\frac{h_M = 4,3m}{\cot eM = 12,3m}$ et cote M = 8+4,3

Cote N : on calcule par rapport à la surface de cote 8 m

$4,3\gamma_3 = \gamma_3 h_N$ la surface de cote 8 m commence par rapport à deux fluides de densités différentes donc la pression est la même pour n'importe lequel des deux fluide

$$h_N = \frac{4,3\gamma_3}{\gamma_4} = \frac{4,3\gamma_0\delta_3}{\gamma_0\delta_4}$$

$h_N = \frac{4,3\delta_3}{\delta_4}$ AN : $h_N = \frac{4,3\times 1}{1,60} \Rightarrow \frac{h_n = 2,69m}{\cot eN = 8,69m}$

$$\cot eN = 6 + 2{,}69$$

b)-hanteur du mercure en commence par l'extriaurité du manomètre Hg

$$\gamma_{Hg} h_{Hg} - (\cot eM - 4)\gamma_3 = 0 \qquad \text{d'où} \qquad h_{Hg} = \frac{(12{,}3 - 4)\gamma_3}{\gamma_{Hg}} = \frac{8{,}3\gamma_0}{\gamma_0 \delta_{Hg}} = \frac{8{,}3}{\delta_{Hg}}$$

AN $\quad h_{Hg} = \dfrac{8{,}3}{13{,}57} \qquad h_{Hg} = 0{,}61m$

Exercice N° 6 :

$$P_A + \gamma_0 h - \gamma_0 \delta_{Hg} h + (5-2)\gamma_0 = P_B$$

$$P_A - P_B + 2\gamma_0 = \gamma_0(\delta_{Hg} - 1)h$$

$$h = \frac{P_A - P_B + 2\gamma_0}{\gamma_0(\delta_{Hg} - 1)} \qquad \text{AN} \qquad h = \frac{1{,}4 10^4 + 2 10^3}{10^3(13{,}57 - 1)} = \frac{16}{12{,}57}$$

$$h = 1{,}27m$$

Exercice N°7 :

Résultant de la force de pression :

$$F_H = P_G A = \gamma_{yG} A$$

$$y_G = 2m$$

$$F = 10^4 \times 2 \times 1{,}3 \times 2 = 5{,}2 10^4 N \qquad F = 5{,}2 10^4 N$$

Centre de pression

$$y_c = y_G + \frac{t \times x}{y_G A} = 2 + \frac{\frac{1{,}3 \times 2^3}{12}}{2 \times 1{,}3 \times 2} = 2 + \frac{2{,}6}{12 \times 1{,}3} \qquad y_c = 2{,}16m$$

$$x_c = x_G + \frac{ixg}{x_G A} = x_G + 0$$

Calcule de M pour que la vanne ne bouge pas

$$\sum M / x = 0 \qquad M + F_H y_c = 0$$

$$M = -F_{yc} = -5{,}2 10^4 \times 2{,}16 = 11{,}28 10^4 N/m$$

$$M = 11{,}28kj$$

Évaluation de fin de module

Documents : Autorisés

Exercice N°1 :fig 1

Sachant que le poids volumique de l'eau
est $\gamma = 10^4$ N/m^3

1) Pour h = 1.5m
a) déterminer la pression de l'air
b) Tracer l'épure de variation de la pression sur la paroi ABC.
2) Calculer h pour que la pression soit nulle au contact de l'eau .

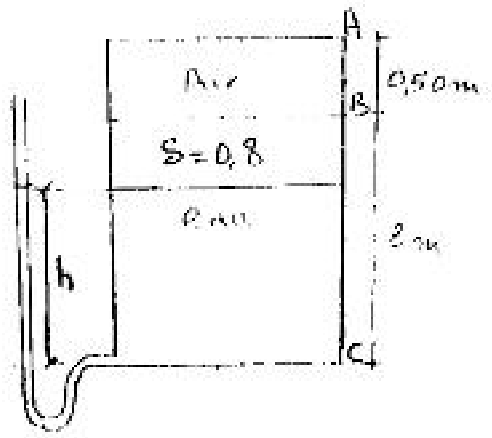


Fig 1

Exercice N°2

a) calculer la pression en A et B voir fig 2
en déduire P(A) – (B)
b) déterminer la dénivelée dans le manomètre
lié à la conduite en B pour que P(B)= P(A)

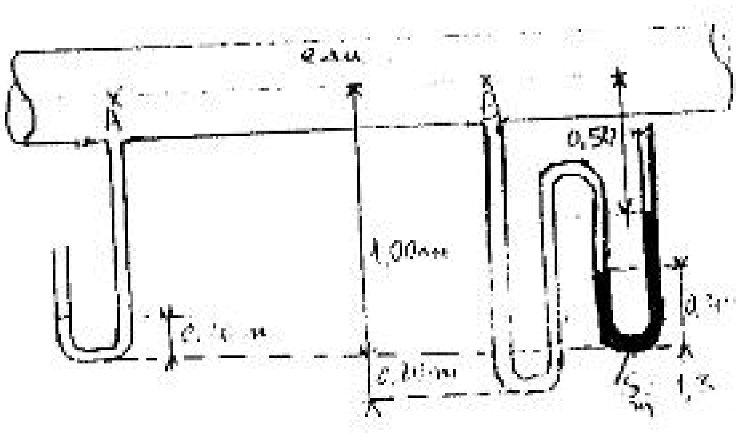


Fig 2

Exercice N°3 : fig 3

Déterminer la résultante de la force
de pression ainsi que le centre de pression
exercée par l'eau sur la vanne triangulaire
du barrage ci contre .

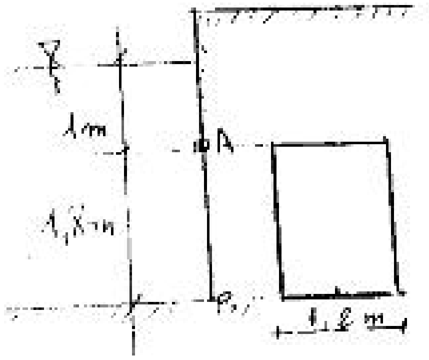


Fig 3

Exercice N°4

On considère un fluide de viscosité nulle :
a) donner la valeur de la contrainte de cisaillement
b) déterminer la direction de la pression dans ce fluide, en conclure.